

514.22

У91

424893

Министерство высшего и среднего специального
образования СССР
КИЕВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Т. Г. ШЕВЧЕНКО

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

к решению задач по функциональному анализу
для студентов вечернего отделения
механико-математического факультета КГУ

ч. I

КИЕВ

-1975-

МИНИСТЕРСТВО НАУЧНОГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

У С С Р

ИНТЕРСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМ. Г. Г. ПЕРВЫХ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

к решению задач по функциональному анализу
для студентов вечернего отделения механико-
математического факультета ИГУ

ч. I

Разработку составила доцент кафедры матема-
тического анализа Елена М. Л.

Мая - 1975

99

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая разработка ставит целью помочь студентам глубже овладеть основами функционального анализа в объеме программы, предназначенной для вечернего отделения механико-математического факультета КГУ.

В разработке имеется восемь разделов, в каждом из которых дается краткое изложение теории, необходимой для решения задач данного раздела. Теоремы снабжены двойной нумерацией, где первая цифра указывает раздел, в котором сформулирована эта теорема:

В конце разработки даны указания к решению помещенных в ней задач.

БИБЛИОТЕКА
КАЛИНИНСКОГО
ГОСУНИВЕРСИТЕТА

424893

I. ОТНОШЕНИЯ И ФУНКЦИИ

Отношением R называется некоторое множество, элементами которого являются упорядоченные пары. Принадлежность пары (x, y) отношению R обозначается символом xRy ; x, y называются координатами элемента (x, y) .

Область определения отношения R называется множество всех первых координат входящих в R элементов, а область значений называется множество их вторых координат.

Одним из простейших отношений является множество всех пар (x, y) , где x - элемент некоторого фиксированного множества A и y - элемент некоторого фиксированного множества B . Это так называемое декартово произведение множеств A и B ; обозначается оно через $A \times B$, т.е.

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

Обратным отношением к R , обозначаемым R^{-1} , называется отношение, которое получается, если изменить порядок координат внутри каждой пары, принадлежащей R , т.е.

$$R^{-1} = \{(x, y) : (y, x) \in R\}$$

Композицией отношения R и S называется отношение $R \circ S = RS$, состоящее из всех пар (x, z) таких, что для некоторого y $(x, y) \in S$ и $(y, z) \in R$. Если $R \circ R = R$, то R называется идемпотентным относительно композиции.

Тождественное отношение на множестве X - это множество всех пар вида (x, x) , где $x \in X$.

Отношение $R \subset X \times X$, заданное на некотором множестве X обладающее свойствами:

- (1) из xRy и yRz следует, что xRz (транзитивность);
- (2) xRx для любого x (рефлексивность);

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Н.И.Ахиезер, И.М.Глазман, Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве, из-во "Наука", М., 1966.
2. Н.Бурбаки, Топологические векторные пространства, из-во иностранной литературы, М., 1959.
3. Б.З.Вулих, Введение в функциональный анализ, из-во "Наука", М., 1967.
4. В.Гельбаум, Дж.Олмстед, Контрпримеры в анализе, из-во "Мир", М., 1967.
5. Н.Данфорд, Дж.Шварц, Линейные операторы, из-во иностранной литературы, М., 1962.
6. В.А.Ильин, Э.Г.Позняк, Основы математического анализа, т II, из-во "Наука", М., 1973.
7. Дж.Л.Келли, Общая топология, из-во "Наука", М., 1968.
8. Л.Коллатц, Функциональный анализ и вычислительная математика, из-во "Мир" М., 1969.
9. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин, Элементы теории функций и функционального анализа, из-во "Наука", М., 1972.
10. Л.В.Канторович и Г.П.Акилов, Функциональный анализ в нормированных пространствах, гос.из-во иностранной литературы, М., 1959.
11. Л.И.Плеснер, Спектральная теория линейных операторов, из-во "Наука", М., 1965.
12. П.Халмош, Гильбертово пространство в задачах, из-во иностранной литературы, М., 1970.
13. Х.Шефер, Топологические векторные пространства, Из-во "Мир" М., 1971.
14. Р.Эдвардс, Функциональный анализ, теория и приложения, из-во "Мир" М., 1969.

О Г Л А В Л Е Н И Е

I. Отношения и функции	3
II. Топологические пространства	7
III. Метрические пространства	13
IV. Образования	22
V. Линейные пространства	27
1. Общие вопросы	30
2. Нормированные пространства	31
3. Евклидовы пространства	34
VI. Топологические линейные пространства	37
VII. Линейные функционалы и сопряженные пространства	42
VIII. Линейные операторы	49
1. Непрерывные и обратные операторы	52
2. Сопряженные операторы	55
3. Компактные операторы	55
4. Спектр оператора	57
5. Нормы оператора	57
IX. Ответы	60
Предметный указатель	84
Указатель обозначений	88
Литература	90