



ФГБОУ ВПО  
«Тверской государственный университет»

---

**А.А. Голубев  
Т.А. Спасская**

**СТАНДАРТНЫЕ  
И НЕСТАНДАРТНЫЕ  
ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ**

**Часть I. Планиметрия**

**ТВЕРЬ 2013**

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Тверской государственный университет»

**А.А. ГОЛУБЕВ, Т.А. СПАССКАЯ**

# **СТАНДАРТНЫЕ И НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ**

**Часть I. Планиметрия**

Учебное пособие

ТВЕРЬ 2013

УДК 514(075.3)

ББК В151я721-4

Г 62

Рецензент

Кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры компьютерной безопасности  
и математических методов управления  
ФГБОУ ВПО «Тверской государственный университет»  
*И.А.Шаповалова*

**Голубев А.А., Спасская Т.А.**

**Г 62** Стандартные и нестандартные задачи по геометрии. Ч.1.  
Планиметрия: учеб.пособие. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2013. –  
96 с.

ISBN 978-5-7609-0858-2

Учебное пособие содержит теоретические сведения, методические указания, примеры решения стандартных и нестандартных задач по планиметрии, а также задачи для самостоятельного решения.

Адресовано учителям математики средней школы, может быть использовано при изучении различных методов и приёмов решения задач по геометрии, а также при подготовке учащихся к переводным и выпускным экзаменам по математике. Пособие также рекомендуется старшеклассникам и абитуриентам для самоподготовки.

УДК 514(075.3)

ББК В151я721-4

Учебное пособие издано в рамках Стратегической программы развития ФГБОУ ВПО «Тверской государственный университет».

© Голубев А.А., Спасская Т.А., 2013

ISBN 978-5-7609-0858-2

© Тверской государственный  
университет, 2013

## Предисловие

Учебное пособие содержит теоретический материал, примеры решения задач различного уровня сложности и подборку задач для самостоятельного решения по основным темам школьного курса планиметрии (7–9-е классы).

По каждой теме приводятся основные теоретические факты и подробные решения наиболее важных задач. Среди разобранных задач есть задачи на отработку учебных навыков, задачи для углубленного изучения геометрии, олимпиадные задачи, приводится решение задач, предлагаемых на едином государственном экзамене в 2012 и 2013 гг.

Настоящая книга является дополнительным пособием к действующим школьным учебникам по геометрии, содержит решение 50 задач и предваряющий их теоретический материал, которые распределены по трём главам.

В первой главе рассматриваются вопросы, связанные с понятиями окружности и круга. В ней приводятся основные определения и свойства окружности, а также некоторые формулы. Решаются простые задачи, хорошо иллюстрирующие понятия, связанные с окружностью и кругом.

Вторая глава посвящена треугольникам. Формулируются основные свойства треугольника, выписаны основные формулы, в частности формулы площади треугольника. Авторы отдельно останавливаются на понятиях прямоугольного и правильного треугольников.

В начале третьей главы, в которой речь идёт о четырёхугольниках, приведены основные определения и факты, необходимые для решения содержащихся в ней задач. Приводятся классификация четырёхугольников, свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата, трапеции. Говорится о различных формулах площади этих четырёхугольников.

Во второй и третьей главах рассматриваются вопросы, связанные с понятиями вписанной и описанной окружностей.

В конце пособия выписаны задачи для самостоятельного решения.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А. Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. Геометрия 8–9. – М.: Просвещение, 1991.
2. Амелькин В. В., Рабцевич Т. И., Тимохович В. Л. Геометрия на плоскости: Теория, задачи, решения: учеб.пособие по математике. – Минск: ООО «Асар», 2003.
3. Атанасян Л. С. и др. Геометрия:учебник для 7–9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 1995.
4. Бутузов В.Ф., Кадомцев С.В. и др. Планиметрия:пособие для углубленного изучения математики. – М.: Физматлит, 2005.
5. Габович И. Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач: кн. для учащихся.– М.: Просвещение: АО «Учеб. лит.», 1996.
6. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7–9 классы. – 3-е изд., испр. – М.: МЦНМО, 2006.
7. Готман Э.Г. Задачи по планиметрии и методы их решения: пособие для учащихся. – М.: Просвещение: АО "Учеб. лит.", 1996.
8. Гусев В. А., Орлов Ф. И., Розенталь Ф. Л. Внеклассная работа по математике в 6–8 классах. – М.: Просвещение, 1977.
9. Делоне Б., Житомирский О. Задачник по геометрии. – М.; Л.: ГИТТЛ, 1950.
10. Зеленьяк О. П. Решение задач по планиметрии. Технология алгоритмического подхода на основе задач-теорем. Моделирование в среде TurboPascal. – Киев; М.: ДиаСофтЮП: ДМК Пресс, 2008.
11. Зетель С. И. Новая геометрия треугольника. – М.: Учпедгиз, 1962.
12. Зубелевич Г. И. Сборник задач московских математических олимпиад. – М.: Просвещение, 1971.
13. Коксетер Г. С., Грейтцер С. Л. Новые встречи с геометрией. – М.: Наука, 1978.
14. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии. – 4-е изд. – М.: ООО «Издательство «Мир и образование»», 2008.



15. Куланин Е.Д, Федин С.Н. Геометрия треугольника в задачах: учеб.пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – М: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.
16. Никулин А.В., Кукуш А.Г., Татаренко Ю.С. Планиметрия. Геометрия на плоскости. –Висагинас: Альфа, 1998.
17. Петерсен Ю. Методы и теории для решения геометрических задач на построение. – М.: Типография Э. Лиснера и Ю. Романа1892.
18. Погорелов А. В. Геометрия 7–11. – М.: Просвещение, 1996.
19. Полонский В.Б., Рабинович Е.М., Якир М.С. Учимся решать задачи по геометрии. – Киев: Магистр-S, 1996.
20. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии: Учеб.пособие. – 5-е изд., испр.и доп. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2006.
21. Пржевальский Е. Собрание геометрических теорем и задач. – М., 1909.
22. Рыбкин Н. Сборник задач по геометрии для 6–9 классов средней школы. Ч. 1. Планиметрия. – М.: Просвещение, 1964.
23. Сборник задач по математике для поступающих во втузы под ред. М. И.Сканави – М.: Высшая школа, 1988.
24. Факультативный курс по математике / сост. Никольская И. Л. – М.: Просвещение, 1991.
25. Фискович Т. Т. Геометрия без репетитора. – М.: УНЦ ДО МГУ, 1998.
26. Шарыгин И. Ф. Задачи по геометрии. Планиметрия. – М.: Наука, 1986.
27. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (планиметрия). – 3-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b> .....	3
<b>Глава I. Окружность и круг</b> .....	4
§1. Основные определения.....	4
§2. Свойства окружности, некоторые формулы.....	5
§3. Простейшие задачи с окружностью.....	9
<b>Глава II. Треугольники</b> .....	14
§1. Основные свойства треугольника.....	14
§2. Основные формулы площади треугольника.....	18
§3. Прямоугольный треугольник.....	19
§4. Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.....	20
§5. Правильный треугольник.....	22
§6. Решение треугольников.....	23
<b>Глава III. Четырёхугольники</b> .....	51
§1. Основные понятия и виды четырёхугольников.....	51
§ 3. Параллелограмм. Основные свойства и признаки параллелограмма. Площадь параллелограмма.....	55
§ 4. Ромб. Основные свойства и признаки ромба. Окружность, вписанная в ромб. Формулы площади ромба.....	57
§ 5. Прямоугольник. Основные свойства и признаки прямоугольника. Формулы площади прямоугольника.....	59
§6. Квадрат. Основные свойства и признаки квадрата. Формулы площади квадрата.....	60
§7. Трапеция. Основные свойства трапеции. Формулы площади трапеции.....	61
§8. Решение четырёхугольников.....	64
<b>Задачи для самостоятельного решения</b> .....	86
Окружность.....	86
Треугольники.....	89
Четырёхугольники.....	91
<b>СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ</b> .....	93

ГОЛУБЕВ Александр Анатольевич,  
СПАССКАЯ Татьяна Александровна

## **СТАНДАРТНЫЕ И НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ**

### **Часть I. Планиметрия**

*Учебное пособие*

Технический редактор А.В. Жильцов  
Подписано в печать 08.10.2013. Формат 60 × 84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Усл. печ. л. 6. Тираж 500 экз. Заказ № 374.  
Тверской государственный университет  
Редакционно-издательское управление  
Адрес: Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33.  
Тел. РИУ: (4822) 35-60-63