

# ПОНЯТИЕ ОТНОШЕНИЙ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ДОШКОЛЬНИКОВ И МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Т.А.Журавлева

ФГБОУ ВПО «Тверской государственный университет», Тверь

Раскрывается понятие «отношение» и его значение в формировании математических представлений детей дошкольного возраста. Описываются свойства отношений и примеры заданий для дошкольников на установление этих свойств.

**Ключевые слова:** отношение, свойства отношений, математические представления дошкольников.

Понятие *отношения* это общее математическое понятие и рассматривается как связь между элементами одного множества, является частным случаем соответствия [1, с.3]. Отношения разнообразны и могут рассматриваться на любом множестве:

- на множестве людей – «старше», «младше», «быть одного роста», «выше», «ниже», «родиться в одном месяце», «учиться в одном классе», «жить на одной улице», «быть братом» и т.д.;
- на множестве чисел – «больше», «меньше», «непосредственно следовать за», «предшествовать», «быть равными» и т.д.;
- отношения между однородными величинами – «длиннее», «короче», «тяжелее», «легче», «выше», «ниже», «одной и той же длины» и т.д.;
- на множестве геометрических фигур – «быть одной формы», «иметь прямой угол», «иметь равные стороны» и т.д.

Рассмотрим множество названий городов: Новгород, Донецк, Анапа, Курск, Орел, Москва, Красноярск. Зададим на этом множестве отношение по правилу: каждому городу поставим в соответствие город, первая буква названия которого является последней буквой названия предыдущего. Изобразим это отношение при помощи графа, см. рис. 25.

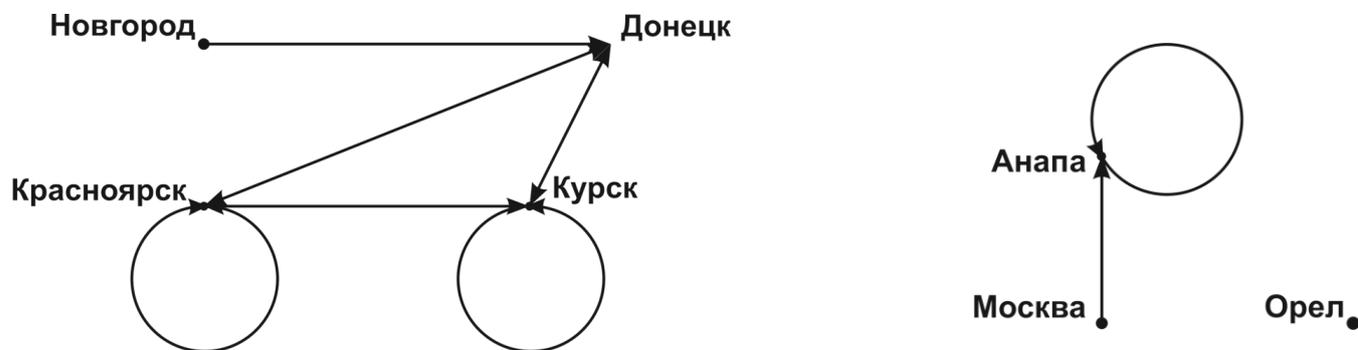


Рис. 25

Заметим, что на графе имеются некоторые особенности: петли, противоположно направленные стрелки, три вершины связаны

замкнутой линией. Эти особенности определяются *свойствами бинарных отношений* [2, с.24-25].

1. Отношение  $R$  на множестве  $X$  называется *рефлексивным*, если для любого элемента  $x \in X$  выполняется условие  $xRx$ .

Граф рефлексивного отношения имеет петли в каждой вершине.

2. Отношение  $R$  на множестве  $X$  называется *антирефлексивным*, если ни для одного элемента  $x \in X$  не выполняется условие  $xRx$ .

На графе такого отношения нет ни одной петли.

*Примеры:* а)  $X$  – множество людей.  $R$ : "жить в одном городе". Отношение  $R$  рефлексивно, так как каждый человек живет в том же городе, что и он сам;

б)  $X = \mathbb{N}$ ,  $R$ : " $x > y$ ". Отношение  $R$  антирефлексивно, так как ни для одного натурального числа  $x$  не выполняется  $x > x$ .

3. Отношение  $R$  на множестве  $X$  называется *симметричным*, если условие  $xRy$  влечет  $yRx$ .

Граф симметричного отношения вместе со стрелкой, идущей от  $x$  к  $y$ , содержит стрелку, идущую от  $y$  к  $x$ .

*Пример:*  $X$  – множество людей.  $R$ : "жить в одном городе". Отношение  $R$  симметрично, так как если Маша живет в том же городе, что и Света, то и Света живет в том же городе, что и Маша;

4. Если условия  $xRy$  и  $yRx$  не выполняются одновременно ни для одной пары  $(x; y)$ , то отношение  $R$  называется *асимметричным*.

На графе асимметричного отношения нет противоположно направленных стрелок и петель.

*Пример:*  $X = \mathbb{N}$ ,  $R$ : " $x > y$ ". Отношение  $R$  асимметрично, так как  $x > y$  и  $y > x$  не выполняются одновременно ни для одной пары  $(x; y)$ .

5. Отношение  $R$  на множестве  $X$  называется *антисимметричным*, если  $xRy$  и  $yRx$  одновременно выполняются тогда и только тогда, когда  $x = y$ .

*Пример:*  $X = \mathbb{N}$ ,  $R$ : " $x : y$ ". Отношение  $R$  антисимметрично, так как  $x : y$  и  $y : x \Leftrightarrow x = y$ ;

6. Отношение  $R$  на множестве  $X$  называется *транзитивным*, если из условий  $xRy$  и  $yRz$  следует  $xRz$ .

На графе транзитивного отношения вместе со стрелками, идущими от  $x$  к  $y$  и от  $y$  к  $z$ , имеется стрелка, идущая от  $x$  к  $z$ .

*Пример:*  $X$  – множество людей.  $R$ : "жить в одном городе". Отношение  $R$  транзитивно, так как если Маша живет в том же городе, что и Света, а Света живет в том же городе что и Саша, то Маша живет в том же городе, что и Саша;

7. Отношение  $R$  на множестве  $X$  называется *антитранзитивным*, если из условий  $xRy$  и  $yRz$  не следует  $xRz$  ни для одной тройки  $(x; y; z)$ .

*Пример:*  $X$  – множество людей.  $R$ : "быть выше на 4 см".  
Отношение  $R$  антитранзитивно, так как если Егор выше Сергея на 4 см, а Сергей на 4 см выше Антона, то Егор выше Антона на 8 см;

Бинарное отношение  $R=(X, GR)$  называется *эквивалентностью*, если оно рефлексивно, симметрично и транзитивно. Граф отношения эквивалентности имеет особенности, характерные для графов рефлексивного, симметричного и транзитивного отношений.

*Пример:* а)  $X=Z$ ,  $R$ : " $x=y$ ". Отношение  $R$  является эквивалентностью, так как оно рефлексивно ( $x=x$ ), симметрично ( $x=y \Rightarrow y=x$ ) и транзитивно ( $(x=y \text{ и } y=z) \Rightarrow x=z$ );

б)  $X$  – множество людей.  $R$ : "жить в одном городе" (свойства определены выше).

Бинарное отношение  $R=(X, GR)$  называется отношением *строгого порядка*, если оно асимметрично и транзитивно.

Отношение  $R=(X, GR)$  называется отношением *нестрогого порядка*, если оно антисимметрично и транзитивно.

*Пример.* а) на множестве  $Z$  отношение " $>$ " является отношением строгого порядка, а отношение " $\geq$ " – нестроогого порядка;

б)  $X$  – множество людей.  $R$ : "быть выше" (свойства асимметричность, транзитивность, отношение строго порядка).

Программа математического развития детей дошкольного возраста предполагает освоение ими простейших связей и зависимостей между объектами:

- группирование предметов по разным признакам (цвет, форма, величина, родовидовой признак). Игровое упражнение: перед детьми три ведерка, разложи кубики по цвету. Это умение лежит в основе формирования понятия числа в упражнениях на соотношение числа и эквивалентных ему множеств;

- сравнение по величине (выстраивание сериационных рядов): так исследуя упорядоченные ряды, дошкольники устанавливают что, если синяя полоска длиннее зеленой, а зеленая длиннее красной, то синяя длиннее красной (транзитивность); если синяя полоска длиннее зеленой, то зеленая короче. В качестве наглядно-дидактического пособия по выстраиванию сериационных рядов также могут выступать полочки Кюизенера.

- упорядочивание чисел в натуральном ряду в пределах десяти: смежные числа, отношения «больше на 1», «меньше на 1», «больше», «меньше» и др. Задание: сравни числа и разложи числовые карточки по порядку.

• взаимно обратные отношения: «больше-меньше», «длиннее-короче», «выше-ниже», «уже-шире», «старше-младше».

*Пример*, задание «Логические концовки»: если дом № 5 выше детского сада, то детский сад... Если магазин ниже дома № 5, то дом № 5... Если аптека слева от школы, то школа... и т.д.

Вадим, Витя и Вася живут на разных этажах. Вадим живет выше Вити, а Витя живет выше Васи. Кто живет выше всех, а кто – ниже всех?

Миша, Толя и Рома – друзья. Миша выше Толи, а Толя выше Ромы. Кто из мальчиков самый высокий?

Закончи фразы: «Если стол выше стула, то стул...»; «Если Борис сильнее Пети, то Петя...»; «Если Петя сильнее Юря, а Юра слабее Мити, то сильнее всех».

В начальной школе данные отношения раскрывают количественный и порядковый смысл понятия «натуральное число», а также знакомят с представлениями о числе как мере величины.

Одним из методических приемов ознакомления с отношениями в дошкольном и младшем школьном возрасте является изображение графа с помощью «говорящих стрелок». Рассматриваемые объекты в зависимости от возрастной группы могут быть материализованными или схематическими, а связь между ними изображается при помощи стрелок.

*Например*, а) аист охотится за лягушкой, лягушка охотится за мухой. Охотится ли аист за мухой? (рассматривается свойство антитранзитивности, в качестве дидактического материала используются предметные картинки).

б) покажи стрелками. Пусть стрелка говорит: «Я с тобой из одной сказки» (устанавливаются свойства рефлексивности, симметричности, транзитивности).

Таким образом, изучение отношений на множестве позволяет дошкольнику не только развивать логико-математические представления, но и служит основой в формировании понятия числа и величина.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Взаимно однозначное соответствие как основа формирования счетной деятельности детей дошкольного возраста / Традиции и новации в профессиональной подготовке и деятельности педагога: материалы Всеросс. научно-практич. конфер. студ. и препод. пед. ф-та по итогам научно-исследовательской работы за 2013 год. Ч II. Тверь, 2013. С. 3–8.
2. Журавлева Т.А. Математика: множества, соответствия, утверждения. Тверь, 2014. 52 с.

*Об авторе*

ЖУРАВЛЕВА Татьяна Александровна, канд.пед.наук, доцент кафедры математики с методикой начального обучения ФГБОУ ВПО «Тверской государственный университет», e-mail: [aspirantsha@mail.ru](mailto:aspirantsha@mail.ru)