

АНАЛИЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ФАКТОРОВ НА ОБЪЕМ ПРОДАЖ

Н.Р. Ямалтдинова¹

¹Ульяновский государственный университет, г. Ульяновск, Россия

Анализируется воздействие рекламных и нерекламных факторов на текущий объем продаж фирмы. Формулируется динамическая, непрерывная относительно времени, модель оптимального управления рекламными расходами с учетом эффекта запаздывания реакции потребителя на рекламное воздействие и ранее совершенные покупки.

Ключевые слова: *совокупный эффект воздействия рекламы; совокупный эффект воздействия предыдущих продаж; моделирование рекламы; оптимальное управление.*

Ведение. Для разработки качественной рекламной стратегии на планируемый период, нацеленной на максимальное привлечение дополнительной прибыли, фирме необходимо проанализировать свой прошлый опыт проведения рекламных кампаний, оценить поведение потребителей в зависимости от объема представляемой рекламной информации.

Помимо рекламных затрат, у фирмы имеются и другие значительные расходы, связанные с выпуском продукции. Рекламные расходы с точки зрения бухгалтерского учета являются издержками и должны входить в затраты фирмы, однако с экономической точки зрения реклама стимулирует спрос, тем самым увеличивает выручку. Поэтому есть смысл выделить данные расходы, как не участвующие в процессе выпуска товара, но влияющие на его объем продаж.

Необходимо учесть также нерекламные факторы влияния, такие как качество рекламируемого продукта, привычка потребителя, репутация фирмы на рынке, побуждающие потребителей вновь приобретать уже когда-то опробованный продукт. В совокупности данные факторы определяют воздействие предыдущих продаж фирмы на текущий спрос выпускаемых ею товаров и (или) предоставляемых услуг.

Правильная оценка характеров воздействия рекламы и предыдущих продаж на потребителей является важным этапом при построении рекламной стратегии, позволяющим в дальнейшем корректно сформулировать задачу оптимального управления рекламными расходами фирмы.

1. Анализ характера воздействий рекламных и нерекламных факторов на текущий спрос. Обозначим через $x(t)$ выручку фирмы, которая является денежным выражением величины спроса на рекламируемый товар, и через $u(t)$ - величину рекламных затрат в момент времени t .

Запуск рекламных сообщений, как правило, вызывает постепенный, а не мгновенный рост объема продаж, и с течением времени влияние первого рекламного сообщения, уступает место влиянию недавно вышедших рекламных сообщений. Аналогичным образом действуют и предыдущие продажи, т.к. опыт первых покупок так же забывается со временем. То есть влияние рекламы и предыдущих продаж имеет запаздывающий и накопительный характер. При этом по истечению довольно длительного периода, влияние данных факторов настолько мало, что им можно пренебречь.

Введем функции $v(t)$ и $y(t)$, определяющие соответственно накопленное рекламное воздействие и воздействие предыдущих продаж на текущие продажи к моменту времени t :

$$v(t) = \int_{\tau_{1u}}^{\tau_{2u}} G_u(\tau) u(t - \tau) d\tau; \quad (1)$$

$$y(t) = \int_{\tau_{1x}}^{\tau_{2x}} G_x(\tau) x(t - \tau) d\tau, \quad (2)$$

где τ_{1u} и τ_{2u} - границы временного интервала, на протяжении которого накапливается рекламное воздействие, τ_{1x} и τ_{2x} - границы временного интервала, на котором накапливается воздействие от предыдущих продаж, $G_u(\tau)$, $G_x(\tau)$ - функции, определяющие характер воздействия предыдущих рекламных затрат и предыдущих продаж соответственно.

Выручка в момент времени t будет представлена в виде:

$$x(t) = f(v(t), u(t)). \quad (3)$$

Вид функций $G_u(\tau)$, $G_x(\tau)$, $f(v, y)$ является проблемой эконометрического анализа. Отметим наиболее вероятные свойства данных функций.

1. Если переменные v и y имеют небольшое значение, т.е. фирма не насытила рынок своей продукцией, и реклама воспринимается потребителями позитивно, функция $f(v, y)$ возрастает. Но по мере роста рекламных воздействий на потребителя реакция переходит из позитивной в негативную [1-3] и функция $f(v, y)$ становится невозрастающей в этой области по переменной v . Относительно характера зависимости по переменной y можно высказать предположение об убывающем приросте, что связано с насыщением рынка, с производственными ограничениями.

Последнее позволяет потребовать свойство вогнутости $f(v, y)$ по переменной y .

2. Относительно функции $G_u(\tau)$ обозначим следующие свойства:

запуск рекламной кампании вызывает увеличение спроса до какого-то определенного момента времени τ_u^* , после чего влияние рекламы начинает ослабевать, пока вовсе не исчезнет;

исключается возможность проявления антирекламы, т.е. рекламные затраты фирмы не вызывают снижение спроса на товар.

Таким образом, функция $G_u(\tau)$ неотрицательна, имеет единственный локальный (он же глобальный) максимум, который в виде выручки определяет наибольшую отдачу от рекламных затрат. Если при этом функция дифференцируема, то предположения эквивалентны следующей группе условий:

$$G_u(\tau) \geq 0, \forall \tau \in [0; +\infty); \quad \lim_{\tau \rightarrow +\infty} G_u(\tau) = 0;$$

$$G'_u(\tau) \geq 0, \tau \in [0; \tau_u^*); \quad G'_u(\tau) \leq 0, \tau \in (\tau_u^*; +\infty).$$

3. Что касается функции G_x , отметим, что на основании предыдущего опыта, потребитель может пожелать совершать повторные покупки товаров фирмы. При этом, как правило, опыт первых покупок со временем забывается, оказывает все меньшее влияние на текущие покупки, уступая место недавнему опыту. Поэтому наиболее возможный вид функции G_x выглядит следующим образом:

$$G_x(\tau) \geq 0, \forall \tau \in [0; +\infty); \quad \lim_{\tau \rightarrow +\infty} G_x(\tau) = 0;$$

$$G'_x(\tau) \leq 0, \tau \in (0; +\infty).$$

Таким образом, определив свойства функций $G_u(\tau)$, $G_x(\tau)$, $f(v, y)$, несложно определить виды данных функций и подобрать для них оценки параметров на основе статистических данных.

2. Вычислительный эксперимент. В качестве примера, демонстрирующего процесс подбора функций $G_u(\tau)$, $G_x(\tau)$, $f(v, y)$ были исследованы статистические данные организации, занятой производством классической одежды. Были взяты ежемесячные данные о рекламных затратах и продажах фирмы за период с 1 января 2009 года по 30 июля 2014 года.

На первом этапе для выявления статистической взаимосвязи между факторами и определения лагов запаздывания был проведен корреляционный анализ. Степень тесноты статистической связи определялась между $x(t)$ и $u(t-\tau)$, а также между $x(t)$ и $x(t-\tau)$, $\tau = 0, 1, 2, \dots$. В результате были найдены наибольшие значения коэффициентов корреляции Пирсона при $\tau_u = 0; 1; 2$, $\tau_x = 1; 2; 3$. В ходе

проверки значимости параметров связи по t-критерию Стьюдента с вероятностью существенно меньшей 1% была отвергнута гипотеза о том, что при нормальном распределении связь выручки и рекламных затрат отсутствует. С вероятностью так же существенно меньшей 1% - что отсутствует связь между текущими и предыдущими продажами. Таким образом, были зафиксированы границы интервалов влияния рекламных издержек и предыдущих продаж на текущую выручку: $\tau_{1u} = 0$, $\tau_{2u} = 2$, $\tau_{1y} = 1$, $\tau_{2y} = 3$.

На основе предположений, сделанных относительно $G_u(\tau)$ и $G_x(\tau)$, данные функции можно представить следующим образом:

$$G_u(\tau) = \int_{\tau_{1u}}^{\tau_{2u}} \exp(a_u \tau^2 + b_u \tau) d\tau; \quad (4)$$

$$G_x(\tau) = \int_{\tau_{1x}}^{\tau_{2x}} \exp(b_x \tau) d\tau. \quad (5)$$

Зависимость выручки от совокупных воздействий рекламных затрат и предыдущих продаж была задана в мультипликативном виде:

$$f(v(t), y(t)) = \alpha(v(t))^{\beta_1} (y(t))^{\beta_2}, \quad (6)$$

случай аддитивной зависимости $x(t)$ от $v(t)$ и $y(t)$ с использованием статистических данных другой фирмы рассматривался в [2-4].

Для поиска оценок параметров α , β , β_1 , β_2 , a_u , b_u , b_x использовался метод наименьших квадратов. Таким образом, были получены следующие значения оценок параметров: $\hat{\alpha} = 1,38$, $\hat{\beta}_1 = 0,16$, $\hat{\beta}_2 = 0,93$, $\hat{a}_u = -0,35$, $\hat{b}_u = 0,97$, $\hat{b}_x = -1,37$. В данном случае в качестве критерия качества подбора модели был взят коэффициент детерминации. В результате было получено следующее его значение: $R^2 = 0,77$, что свидетельствует о вполне высоком качестве подобранной модели.

Проведенный численный анализ показал, что предлагаемая модель оценки потребительского спроса на планируемом периоде достаточно адекватно отражает реальную ситуацию и может быть использована при разработке рекламной стратегии фирмы. При этом для того, чтобы избежать ошибок при формулировании оптимизационных задач необходим максимально тщательный подбор функций $G_u(\tau)$, $G_x(\tau)$, $f(v, y)$ и их параметров.

Список литературы

1. Лутошкин И.В. Моделирование отдачи от частоты рекламных воздействий // Прикладная эконометрика. - 2010. - Т. 3. - № 19. - С. 101-111.
2. Лутошкин И.В., Ямалтдинова Н.Р. Инновационные технологии управления на основе динамического моделирования рекламного бюджета / Региональная инновационная экономика: сущность, элементы, проблемы формирования: труды 5-й всеросс. научно-практ. конф. с международным участием. – Ульяновск, 2014. – С.43-46.
3. Лутошкин И.В., Ямалтдинова Н.Р. Модель оптимизации рекламных расходов с учетом распределенного запаздывания / Математика, статистика и информационные технологии в экономике, управлении и образовании: сб. тр. 4-й Междунар. научно-практ. конф. – Тверь, 2015. – С. 84-89.
4. Лутошкин И.В., Ямалтдинова Н.Р. Принцип максимума в задаче управления рекламными расходами с распределенным запаздыванием // Журнал Средневолжского математического общества. - 2015. - Т. 4. - № 17. - С. 96-104.

ANALYSIS OF THE IMPACT OF DISTRIBUTED FACTORS ON THE SALES

N. Yamaltdinova¹

¹Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, Russia

There is analyzed the impact of advertising and non-advertising factors on the current sales of the company. There is formulated the dynamic optimal control problem of promotion expenses, taking into account distributed lags of advertising and accumulated firm goodwill.

Keywords: *accumulated impact of advertising expenses; accumulated impact of firm's revenue; advertising modeling; optimal control.*

Об авторе:

ЯМАЛТДИНОВА Наиля Ринатовна – аспирант, Ульяновский государственный университет (432017, г. Ульяновск, ул. Л. Толстого, д.42), e-mail: ynr92@yandex.ru

About the author:

YAMALTDINOVA Nailya – graduate student, Ulyanovsk State University (42, L. Tolstoy St., Ulyanovsk, 432017), e-mail: ynr92@yandex.ru