

ВЛИЯНИЕ ВИДА ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ НА ОПТИМАЛЬНУЮ ДОЛЮ ФИНАНСИРОВАНИЯ РИСКОВАННОГО ПРОЕКТА

М.Е. Сидоров¹

¹Уфимский государственный университет экономики и сервиса,
г. Уфа, Россия

В работе исследуется влияние вида функции полезности на оптимальную долю финансирования рискованного проекта. Сравниваются результаты расчетов для известной функции экспоненциальной выгоды и предложенной автором логарифмической функции. Показано, что использование логарифмической функции полезности приводит к уменьшению доли вложения в рискованные проекты чем функция экспоненциальной выгоды.

***Ключевые слова:** оптимизация; функция экспоненциальной выгоды, доля финансирования рискованного проекта.*

Введение

Рациональное или оптимальное решение различных экономических задач определяется результатами расчета по математическим зависимостям, полученным из предположений о виде некоторой функции полезности. При условии, что эти предположения справедливы, функция полезности позволяет рассчитать значения параметров этой функции при ее максимуме, т.е. найти оптимальное решение. В стохастических процессах часто в качестве функции полезности выбирается математическое ожидание результата некоторого процесса [1].

Пример 1, необходимо принять решение об игре в лотерею при следующем условии: цена билета равна 10 руб., вероятность выигрыша равна 0,1, а сумма выигрыша равна 100 руб. Математическое ожидание выигрыша равно $(100 \text{ руб.} - 10 \text{ руб.}) * 0,1 = 9 \text{ руб.}$, а проигрыша – $10 \text{ руб.} * (1 - 0,1) = -9 \text{ руб.}$ Если за функцию полезности принять сумму математических ожиданий выигрыша и проигрыша, то ее значение в данном случае будет равно нулю, т.е. принятие решения об игре, либо об отказе равнозначно. При большей сумме выигрыша, либо его вероятности, функция полезности будет положительна, что указывает на принятие рационального решения об игре в лотерею. Следует заметить, что далеко не во всех случаях выбор в качестве функции полезности математического ожидания отвечает рациональному решению.

Пример 2 (см. рис.1), предстоит выбор одного из двух видов лотерей:

а) вероятность выигрыша суммы 50 руб. (с учетом затрат на билет 20 руб.) равна 0,6, вероятность проигрыша суммы 20 руб. равна 0,4;

б) вероятность выигрыша суммы 44 руб. равна 0,5, вероятность проигрыша суммы 0 руб. равна 0,5.

Оба случая имеют одинаковое математическое ожидание результата процесса (равное 22), при этом, очевидно, рациональное решение – играть в бесплатную лотерею.

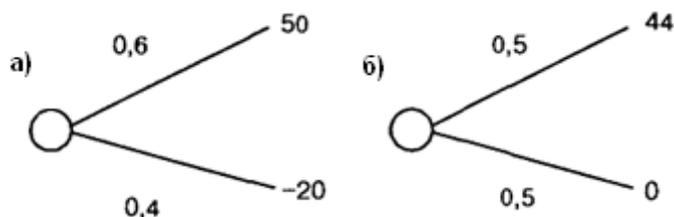


Рис.1. Выбор рационального решения

Отметим также, что в аналогичных задачах большое влияние имеет также значение параметра риска, который должен входить в функцию полезности. Например, если в первом примере увеличить суммы в 1000 раз, то рациональное решение человека с зарплатой 10000 руб. – не рисковать.

Рискованные проекты реализуются чаще всего в сфере высокотехнологичных производств. Примером подобных проектов могут являться ИТ-проекты, в том числе и совместно финансируемые государством и бизнесом [2]. Неудачи внедрения ИТ-проектов в госсекторе и задачи реализации стратегии развития информационного общества в РФ обязывают правительство и бизнес-структуры проводить тщательную оценку инвестиционных планов.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу оптимизации доли финансирования рискованного проекта. Пусть в результате финансирования проекта можно получить прибыль G или понести убыток L . Вероятность прибыли составляет P , а вероятность убытка $(1-P)$. В проект можно вложить любую долю S , где S принимает значения в пределах от 0 до 1. Если проект приносит прибыль, то она составит $S \cdot G$. Если проект приносит убыток, то он составит $S \cdot L$. Параметр риска – R . Необходимо принять решение об оптимальном размере доли, соответствующем максимуму некоторой функции полезности.

Отметим, что линейная модель полезности рассматривалась в работе [3], а в статье "Too Much of a Good Thing?" D.Clyman, M.WallS и J.Dyer, Operations Research, том 47, номер 6 (1999), на которую ссылается автор [4] приведена следующая функция экспоненциальной выгоды:

$$W = P \cdot (1 - \text{Exp}(-S \cdot G/R)) + (1 - P) \cdot (1 - \text{Exp}(S \cdot L/R)) . (1)$$

Проведенные расчеты показали, что при изменении параметра S (от 0 до 1) функция W имеет максимум (либо наибольшее значение), соответствующее оптимальному значению параметра S . На рис. 2

показаны результаты расчета при следующих значениях параметров: $G=100$, $L=15$, $R=30$, $P=0,3$.

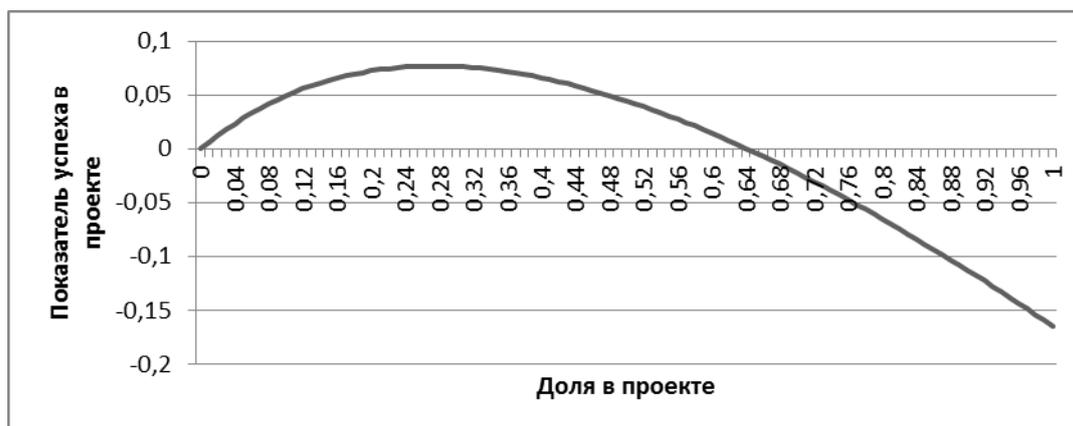


Рис. 2. Зависимость показателя успеха от доли вложения в проект

Изменяя параметры $GR = G/R$ и $LR = L/R$, можно провести параметрическое исследование функция W на оптимальные значения параметра S (рис. 3).

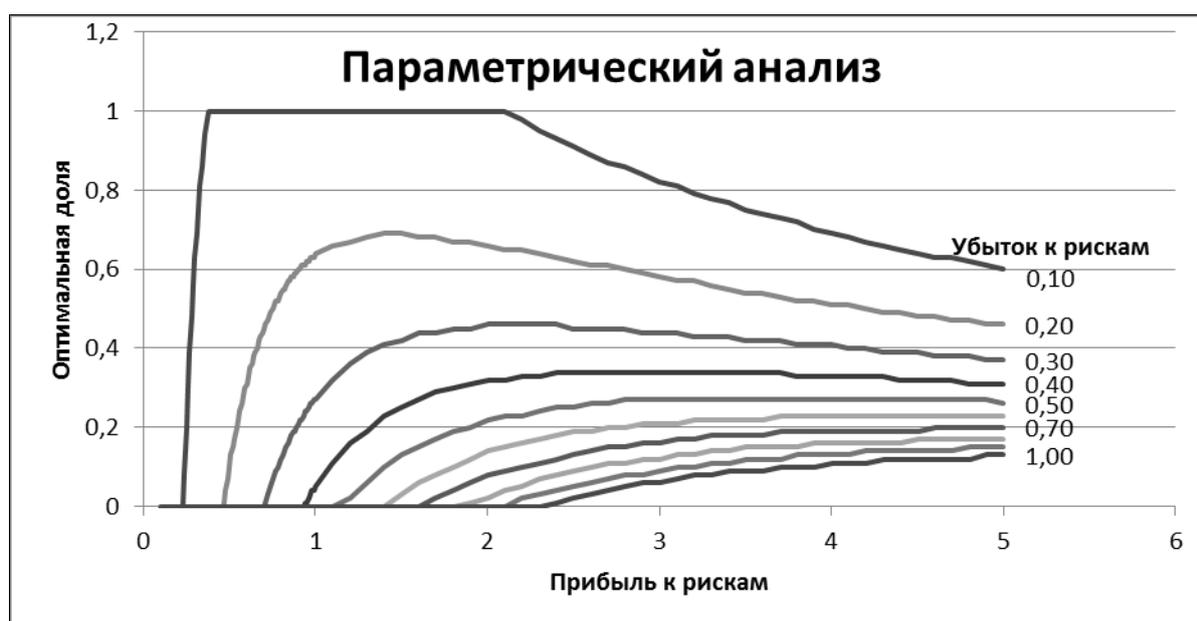


Рис. 3. Влияние параметров прибыли и убытков на оптимальную долю в проекте для экспоненциальной функции полезности

Анализируя график на рис. 3, можно отметить, что при вероятности успеха $P=0,3$, когда убыток относительно небольшой $LR = 0,1$, и прибыль также мала $0,4 < GR < 1$, оптимальная доля равна единице, т. е. рекомендуется полное финансирование проекта, что не совсем рационально, т.к. вероятность успеха и прибыль невелики. При дальнейшем увеличении прибыли оптимальная доля финансирования

проекта уменьшается, что также нелогично, т. к. вероятность успеха не изменяется.

В связи со сказанным предлагается следующая формула для функции полезности:

$$W_s = P \cdot (1 - 1 / (1 + \ln(1 + S \cdot G / R))) + (1 - P) \cdot (-\ln(1 + S \cdot L / R)) \quad (2)$$

Результаты расчетов по формуле (2), при вероятности успеха $P=0,3$ показаны на рис. 4.

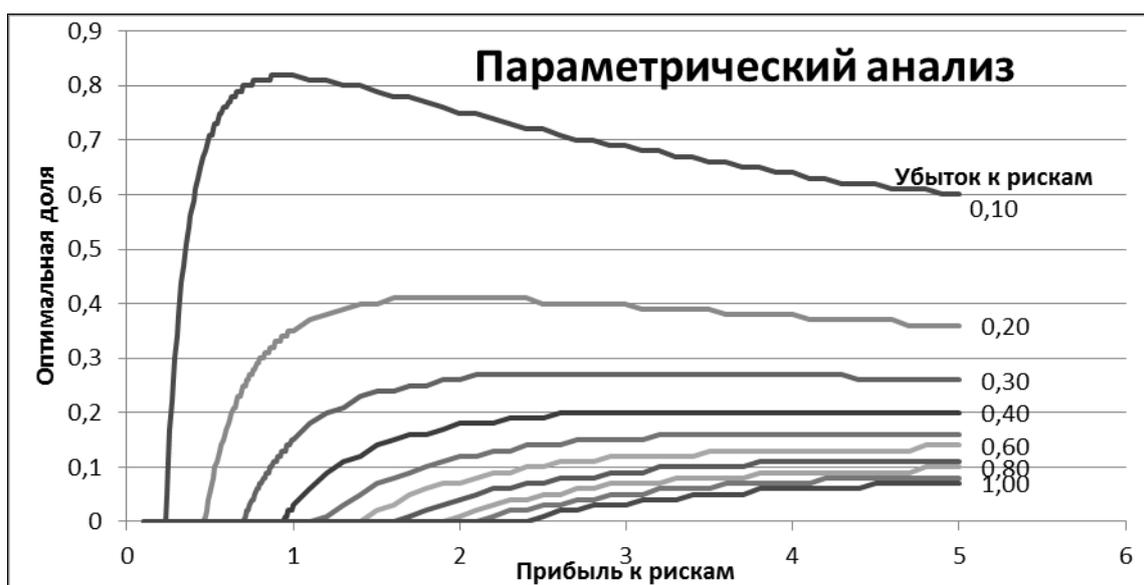


Рис. 4. Влияние параметров прибыли и убытков на оптимальную долю в проекте для логарифмической функции полезности

Выводы

Анализируя графики на рис. 3. и рис. 4. можно отметить, что использование логарифмической функция полезности, рассчитанной по формуле (2), предполагает меньшие доли вложения в рискованные проекты, чем использование функции экспоненциальной выгоды, рассчитанной по формуле (1).

Список литературы

1. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах: учеб. - М.: Логос, 2000. - 296 с.
2. Абросимова М.А. Информационные технологии в государственном и муниципальном управлении: учеб. пособие. - 2-е изд., стер. - М.: КНОУРУС, 2013. - 248 с.
3. Захаров А.В., Рамазанова Р.Р., Курилова И.С. Управление системой, состоящей из набора типовых подсистем, с помощью системы показателей // Информационные технологии. - 2016. - №2. - Т.22. - С. 116-120.

4. Олбрайт К. Моделирование с помощью Microsoft Excel и VBA. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2005. – 672 с.

THE INFLUENCE OF THE FORM OF THE UTILITY FUNCTION ON THE OPTIMAL SHARE OF FUNDING THE RISKY PROJECT

M. E. Sidorov¹

¹Ufa state University of Economics and service

In this paper, we investigate the influence of the form of the utility function on the optimal share of funding the risky project. We compare the results of calculations for known functions exponential benefits proposed by the author and logarithmic functions. It is shown that using the logarithmic utility function leads to a decrease in the proportion of investment in risky projects than a function of the exponential benefits.

Keywords: optimization; exponential function of benefits; the share of financing of the risky project.

Об авторе:

СИДОРОВ Михаил Евгеньевич – кандидат технических наук, доцент, кафедра информатики и информационно-коммуникационных технологий, Уфимский государственный университет экономики и сервиса (450078, г. Уфа, ул. Чернышевского, д. 145), e-mail: cme@ufacom.ru

About the author:

SIDOROV Mikhail Evgen'evich – Philosophy Doctor in Engineering Science, Associate Professor, Department of computer science and information and communication technology, Ufa state University of Economics and Service (145 Chernyshevskiy St., Ufa, Russia 450078), e-mail: cme@ufacom.ru