

КЛАССИФИКАЦИЯ ВОЗМОЖНЫХ ПУТЕЙ РАЗВИТИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СООТВЕТСТВИИ С ИХ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

И.В. Цветков¹

¹Тверской государственный университет, г. Тверь, Россия

В данной работе на основе модели мультифрактальной динамики предложена классификация социально-экономических процессов. Поведение сложной системы достаточно сильно зависит от ее параметров самоподобия. Соответственно, в зависимости от мультифрактальных показателей переложена их классификация.

Ключевые слова: теория катастроф, фрактальная модель, критические точки, динамические системы.

Целью данной работы является построение новой схемы анализа и прогноза динамики социально-экономических процессов в рамках модели мультифрактальной динамики. Моделирование кризисных явлений в экономике, в частности, финансовых процессов помогает глубже понять природу этих явлений, а также делать соответствующие прогнозы. Ценность таких прогнозов очевидна.

Динамику мультифрактального процесса на интервале T_i ($t_{0i} < t < t_{0i+1}$, $T_i = t_{0i+1} - t_{0i}$) можно разделить на две составляющие, используя понятие линейного тренда [1]:

$$y_i(t) = \bar{y}_i(t) + \tilde{y}_i(t) \quad (1)$$

где $\bar{y}_i(t)$ – линейный тренд процесса, который во времени меняется гладко; $\tilde{y}_i(t)$ – быстрые осцилляции относительно тренда. Предполагается, что $|\bar{y}_i(t)| \gg |\tilde{y}_i(t)|$ и кривая $y(t)$ является мультифрактальной. Линия тренда $\bar{y}_i(t)$ имеет фрактальную размерность равную единице, а $\tilde{y}_i(t)$ – фрактальную размерность D .

Мерой погрешности модели у нас будет величина $\Delta_i = \max |\tilde{y}_i(t)|$ на рассматриваемом интервале изменений D_i . На всем интервале наблюдения общее значение погрешности $\Delta = \max \Delta_i$, $i = 1 \dots n$

Исключительная важность точки бифуркации D_b прежде всего связана с возможностью перехода системы вблизи этой точки из одного состояния X_1 , X_2 , X_3 в другое из данного набора состояний резким скачком без изменения D . В данном случае выполняются все признаки катастрофы вблизи точки бифуркации D_b и данный вид катастрофы естественно назвать бифуркационной катастрофой. Точкой катастрофы A_3 являются критические

значения $D_k(A(D_k)=0)$ и $\eta=0$. Данная катастрофа происходит при сдвиге параметров D и η из этой точки. Бифуркационная катастрофа же возникает при фиксированных значениях D и η и связана с одновременным наличием нескольких состояний системы. Поскольку бифуркационная катастрофа находится вблизи обычной катастрофы A_3 , то естественно ее называть бифуркационной катастрофой типа A_{3b} . Детально бифуркационная катастрофа A_{3b} была исследована в работе [2], посвященной изучению валютного кризиса 1998 года как бифуркационного явления в рамках фрактальной модели. Проиллюстрируем вышесказанное графически. График зависимости функции $X(D)$ представлен на *Рис. 1*

Из *Рис. 1* следует наличие четырех областей значений D , в которых характер течения процесса имеет большие различия. В областях I $1 \leq D \leq D_{0-}$ и IV $D_b < D < 2$ процессы имеют монотонный характер. В них происходит быстрый монотонный рост или убывание параметров системы. Значение величин D_{0+} и D_{0-} можно указать лишь приблизительно. Эти точки отстоят от D_0 примерно на 0,1 – 0,15 в зависимости от конкретной природы процессов X . Эту область можно назвать осцилляционной, т.к. рост величин сменяет убыванием и наоборот [3]. В области III $D_{0+} \leq D \leq D_b$. При фиксированном значении D имеют место решения X_1, X_2, X_3 . Возникает возможность скачкообразных переходов между этими состояниями, связанная с наличием у системы при фиксированном значении D и η нескольких состояний. И что очень важно, это возможно при $\eta \neq 0$, тогда как в точке катастрофы A_3 параметр $\eta=0$. Область III является областью бифуркационной катастрофы A_{3b} , в которой без видимых причин внезапно может наступить скачкообразное изменение состояния. Эта область чрезвычайно важна для описания кризисных социально-экономических процессов, которые постоянно возникают в настоящее время. Катастрофы динамики курса рубля в 1998 году и курса евро в конце 2009 и начале 2010 годов имеют несомненно бифуркационный характер. В области IV $D_b < D < 2$ лежит точка D_k вблизи которой имеет место обычная катастрофа A_3 , поэтому эту область естественно назвать областью катастроф. При $B_k < 0$ следует, что области I и II остаются теми же, что для $B_k > 0$. В области III в этом случае $D_b < D < 2$, и в области IV $D_{0+} \leq D \leq D_b$.

В результате классификацию процессов, описываемых мультифрактальными кривыми в зависимости от значения фрактальной размерности D и знака коэффициента B_k можно наглядно представить в виде таблицы (табл. 1).

Таблица 1

Классификация процессов, описываемых мультифрактальными кривыми

$Sign B_k$	I	II	III	IV
+1	$1 < D < D_{0-}$	$D_{0-} < D < D_{0+}$	$D_{0+} < D < D_b$	$D_b < D < 2$
-1	$1 < D < D_{0-}$	$D_{0-} < D < D_{0+}$	$D_b < D < 2$	$D_{0+} < D < D_b$

Как нами было отмечено выше, значения $D_{0+}, D_{0-}, D_0, B_k, D_b$ определяются конкретной динамикой каждого из рассматриваемых процессов.

В данном разделе более подробно рассмотрим вопрос о прогнозах в этой динамике.

Все интересующие нас моменты времени можно разделить на две области:

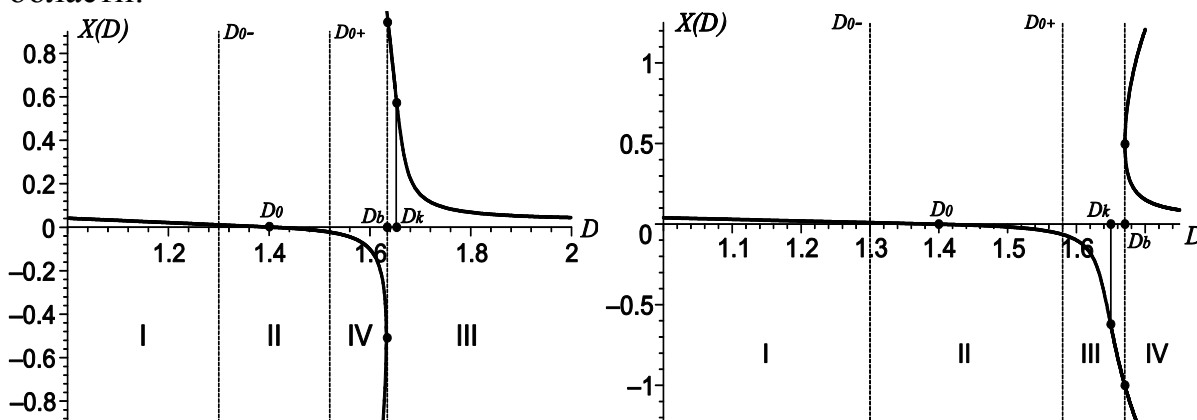


Рис 1. График зависимости $X(D)$ при $V_k = \pm 0,4$.

1. Время, в течение которого ведется наблюдение за системой (t_n);
2. Промежуток времени для которого делается прогноз (t_n).

На основании данных наблюдения за системой в течении времени t_n и разбивая этот промежуток на отдельные периоды T_i , на основании приведенной выше методики [4], вычисляем значение фрактальной размерности D_i изучаемого процесса, а также значения коэффициентов кусочнолинейного тренда X_i . Далее находим значение остальных параметров модели – D_0 , D_k , η из условия наилучшего приближения опытных данных. На основании полученных результатов определяем, к какому типу из четырех относится процесс на интересующем нас промежутке T_i . Устанавливаем закономерности поведения фрактальной размерности D_i в течение времени наблюдения за системой t_n и исходя из этих закономерностей даем прогноз поведения значений $D_i^{(n)}$ на время прогноза t_n . Прогнозные значения $D_i^{(n)}$ позволяют на основании уравнения (1) вычислить прогнозные значения $X_i^{(n)}$. Подставляя эти значения в уравнение, определяющее поведение линейного тренда, мы находим значение $\bar{y}(t^n)$. Тогда прогнозные значения $y(t^n)$ оцениваются по формуле:

$$y(t^n) = \bar{y}(t^n) \pm \Delta(t^n) \quad (2)$$

Далее приведем конкретную схему прогноза в рамках модели мультифрактальной динамики для процессов I и II типа, для которых применимо линейное приближение. Временную ось от начала времени наблюдения t_0 до момента времени прогноза t_p представим на Рис 2. Время конца последнего линейного промежутка наблюдения за системой обозначим t_N



В данной работе на основе модели мультифрактальной динамики предложена классификация социально-экономических процессов. В зависимости от значения параметров фрактальной модели все процессы делятся на четыре типа: *I тип – монотонные, II – осцилляционные, III – катастрофы классические, IV – катастрофы бифуркационные.*

Список литературы

1. Kudinov A. N., Tsvetkov V. P., Tsvetkov I. V. Catastrophes in the Multi-Fractal Dynamics of Social-Economic Systems. Russian Journal of Mathematical Physics, Vol. 18, No. 2, 2011, pp. 149-155.
2. Кудинов А.Н., Цветков В.П., Цветков И.В. Валютный кризис и бифуркационные явления в рамках фрактальной модели// Финансы и кредит. Выпуск 46(326). 2009. с. 5-9.
3. Цветков И.В. Управление нефтяными ценами в рамках фрактального подхода // Управление экономическими системами: электронный научный журнал, 2011. - № 2 (26). - № гос. рег. статьи 0421100034.
4. Цветков И.В. Теория катастроф и фрактальная модель кризисных социально-экономических процессов// Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика. Выпуск №19. 2010. с.71-79.

CLASSIFICATION OF POSSIBLE WAYS OF DEVELOPMENT OF SOCIAL-ECONOMIC PROCESSES IN COMPLIANCE WITH THEIR MULTIFRACTAL INDICES

I.V. Tsvetkov¹

¹Tver State University, Tver, Russia

In this operation on the basis of model of multifractal dynamics classification of social and economic processes is offered. The behavior of difficult system rather strongly depends on its parameters of self-similarity. Respectively, depending on multifractal indices their classification is shifted.

Keywords: *catastrophism, fractal model, critical points, dynamical system.*

Об авторе:

ЦВЕТКОВ Илья Викторович - д.т.н., профессор кафедры экономики и управления производством, Тверской государственный университет, (170000, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33), e-mail: mancu@mail.ru

About the authors:

TSVETKOV Ilya Victorovich - Doctor of Technical Science, Professor of Department of Economics and Management of Production, Tver State University, (33, Zhelaybova St., Tver, 170000), e-mail: mancu@mail.ru