5. Дорофеев Г.В., Миракова Т.Н, Бука. Т.Б. Математика. 3 класс: в 2 ч. М.: Просвещение 2013г. Ч. 1. 128 с. Ч. 2. 128 с.
6. Дорофеев Г.В., Миракова Т.Н, Бука. Т.Б. Математика. Рабочая тетрадь, ч. 1. М.: Просвещение, 2013.
7. Истомина Н.Б. Математика. 3 класс. Смоленск: «Ассоциация XXI век», 2006.
8. Истомина Н.Б. Математика. 4 класс. 1 часть. Смоленск «Ассоциация XXI век»2013г. 120 с.
9. Рудницкая В.Н., Кочурова Е.Э., Рыдзе О.А. Математика. 1 класс: в 2 ч. Ч. 1. М.: Вентана-Граф, 2011.

Об авторах:
ДЕМУРЧЯН Гоарик Амаяковна – старший преподаватель кафедры математического и естественнонаучного образования ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет», e-mail: goar11@ bk.ru
ЩЕРБАКОВА Светлана Юрьевна – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой математического и естественнонаучного образования ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет», e-mail: shchsv@yandex.ru

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ УТВЕРЖДЕНИЯ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ ДЕТЕЙ ДОШКОЛЬНОГО И МЛАДШЕГО ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА

Т.А. Лозгачева
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Раскрывается содержание понятий «высказывания», «предикаты», высказывания с кванторами». Обоснованы методические приемы ознакомления с математическими утверждениями детей дошкольного и младшего школьного возраста на основе анализа заданий. Приведены примеры упражнений.
Ключевые слова: *интеллектуальные способности, высказывания, логические операции над высказываниями, предикаты, высказывания с кванторами существования и общности, правила построения отрицаний, методические приемы ознакомления с математическими утверждениями.*

Интеллектуальные способности А.З. Зак рассматривает как способность совершать точный анализ содержания задач; выполнять разнообразные комбинирования поисковых действий; осуществлять далекое планирование своих шагов по реализации способа решения; проводить обоснованное рассуждение о связи полученного результата с исходными условиями [2]. Включение заданий с математическими утверждениями в процесс обучения развивает соответствующие способности и логические операции мышления, интеллектуализирует познавательную деятельность, делает ее активно-поисковой, формирует творческое и деятельностное отношение к действительности у детей дошкольного и младшего школьного возраста. При решении таких заданий ребенок соотносит суждения о предметах, абстрагируясь от особенностей их наглядных образов, рассуждает и делает выводы.

В соответствии с изменениями, введенными ФГОС, переработаны программы и учебники по математике начальной школы: увеличен объём теоретического материала, введены новые понятия – высказывания, в том числе с кванторами, и высказывательные формы как основа выявления истинности или ложности суждений, не входившие ранее в курс математики начальной школы. Возникает вопрос о необходимости организации и проведения специальной работы по усилению логической подготовки детей в математическом блоке дошкольных образовательных организаций.

Формированию первоначальных логических представлений и умений, логической интуиции способствуют простейшие умозаключения, рассуждения, доказательства на основе правил логического вывода, смысла логических связок и кванторов: задания на логические операции (конъюнкция, дизъюнкция) и определения истинности высказываний; задания на построение отрицаний составных предложений; задания на определение значений истинности высказываний с кванторами.

Рассмотрим методические приемы ознакомления с математическими утверждениями детей дошкольного и младшего школьного возраста.

Математические утверждения можно разделить на высказывания, высказывательные формы (предикаты) и высказывания с кванторами.

Высказывание – предложение, относительного которого можно задать вопрос: истинно оно или ложно.

Примеры высказываний:

а) 2х2=4; б) |-5|=3; в) углы при основании равнобедренного треугольника равны; г) 7 − четное число.

Примеры предложений, не являющихся высказываниями:

а) Здравствуйте!; б) Найдите корень уравнения 2х−5=0; в) За окном идет снег? (восклицательная, вопросительная и побудительная форма предложения).

Каждому высказыванию приписывают одно из двух значений: *И (истина),* если оно истинно, и *Л (ложь),* если оно ложно. Значения *И* и *Л* называют *значениями истинности* высказывания. Значение истинности составных высказываний определяется операцией.

Конъюнкция высказываний А и В – высказывание *"А и В"*, которое истинно, если оба высказывания истинны, и ложно, если хотя бы одно из высказываний ложно. Обозначение: $A \wedge B$.

Дизъюнкция высказываний А и В – высказывание *"А или В"*, которое истинно, если истинно хотя бы одно из этих высказываний, и ложно, если оба высказывания ложны. Обозначение: $A \vee B$.

Отрицание высказывания А – высказывание *"Неверно, что А"* (или "не А"), которое истинно, если А – ложно, и ложно, если А – истинно. Обозначение: $\bar{A}$. Высказывание и его отрицание всегда принимают противоположные значения истинности.

Таким образом, значение истинности составных высказываний зависит от значения истинности составляющих их элементарных высказываний [4]:

Значение истинности составных высказываний				
A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$\bar{A}$
И	И	И	И	Л
И	Л	Л	И	Л
Л	И	Л	И	И
Л	Л	Л	Л	И

Начинать работу по определению значения истинности составных высказываний можно со старшего дошкольного возраста, называя словами «правда» или «неправда», разбивая на элементарные (простые) высказывания, учитывая смысл логической связки, образующей его.

Примеры заданий с предметными картинками, в которых отражена ситуация *для дошкольников:*

Однажды во время дождя муравей и мотылёк спрятались под грибком. Правда это или нет?

Ребёнок показывает муравья и мотылька и говорит «правда». Высказывание с союзом *и* (конъюнкция) истинно тогда, когда оба простых высказывания истинны: муравей спрятался под грибком, и мотылёк тоже под грибком. Если бы под грибком оказался только муравей, или только мотылёк, или под грибком никого не было, наше высказывание было бы ложным [3].

1. На картинке изображены 2 красные звёздочки и 3 синих треугольника. Так ли это?

2. На прогулке ребята слепили снеговика. У него были красная морковка вместо носа, большое ведро вместо шляпы и длинный коричневый шарф.

3. У Маши есть кисточка или альбом. Так ли это? Почему?

Таким образом, достаточно, чтобы ребенок понимал суть употребления связки «*и*»: выполняться должны *одновременно обе части высказывания*, при употреблении связки «*или*» достаточно выполнения *хотя бы одной* части высказывания. Можно предложить дошкольнику самостоятельно составить высказывание, так, чтобы оно было истинным или ложным: например, сочини историю со словом «или» по рисунку.

Для построения отрицания следует употребить слова «неверно, что...» или поставить частицу «не» перед сказуемым. А.В. Белошистая утверждает, что «технически» кажется более простым первый вариант («неверно, что»), тем не менее дошкольнику понятнее второй, хотя он и не может осознанно выбирать именно сказуемое, чтобы поставить перед ним частицу. На практике данная ситуация необходима для развития у ребёнка интуитивно верного «чувства правильного выбора», ведь поставить частицу «не» можно было и перед другим словом в предложении: «сбрасывают не листву», «не деревья сбрасывают листву», однако это не будут верные способы построения отрицания. Примером работы с отрицанием является игра, в которой педагог говорит слова, а ребенок его отрицает (красный — не красный) [1].

Предикаты – предложение с одной или несколькими переменными, которое обращается в высказывание при подстановке в него конкретных значений переменных. P(x): «x – простое число»; Q(x,y): «$x \vdots y$»; R(x,y,z): «x+y=z» [4].

Данный вид предложения в работе с дошкольниками не рассматривается.

Высказывания с кванторами – предложения, полученные из предикатов *при помощи кванторов.* Слово «квантор» означает «сколько». Различают кванторы общности и существования:

Квантор общности – это выражение «любой х» («каждый х», «всякий х», «все х»), которое обозначается $\forall$ х.

Квантор существования – это выражение «существует х» («найдется х», «имеется х», «хотя бы один х»), которое обозначается $\exists$ х.

Истинность высказываний с квантором общности устанавливается путем проведения *рассуждений в общем виде*. Чтобы убедиться в ложности таких высказываний, достаточно привести *контрпример*.

Истинность высказываний с квантором существования устанавливается при помощи *конкретного примера*. Чтобы убедиться в ложности такого высказывания, необходимо провести *рассуждения в общем виде* [4].

Высказывания с кванторами			
общности		существования	
Истина	Ложь	Истина	Ложь
доказательство	контрпример	пример	доказательство

Задания для дошкольников на трансформацию: построение отрицания высказываний с кванторами по правилу:

а) квантор общности заменить на квантор существования или наоборот; б) отрицание перехода на предложение, стоящее за квантором (в математике – предикат заменяется его отрицанием).

Например, переделай высказывание так, чтобы оно стало верным: «Все птицы умеют плавать» – ложь, поскольку воробей не плавает, привели контрпример. Можно полностью изменить структуру: «*Водоплавающие птицы умеют плавать*» (истина), а можно использовать правило построения отрицания:

«Существую птицы, которые не плавают» – истина.

Если ребёнку сложно построить отрицание таким способом, то можно воспользоваться общим приёмом: поставить перед квантором слова «неверно, что»: *«Неверно, что Все* птицы летают» [1, с.282].

Можно предложить ребёнку придумать высказывания по картинке, используя слова-кванторы и определить значение их истинности; построить отрицание высказывания: некоторые жуки красивые, все дети послушные, иногда крокодилы плачут и т. д.

Изучая вопрос преемственности в методике ознакомления с математическими утверждениями детей дошкольного и начального школьного возраста, следует отметить, что задания такого вида представлены не во всех учебниках начальной школы (например, в системе УМК «Школа России» М.И. Моро отсутствуют). Например, высказывания с кванторами предложения вида $a + b = b + a$, $0 + a = a$, $0 \times a = 0$, $a \times b = b \times a$ и др. с предполагаемой устной формулировкой для всех (квантор общности) чисел чаще всего сформулированы в виде общих правил, раскрывающих свойства арифметических действий с числами; задания на одноместные предикаты в курсе математики начальных классов выражаются в виде уравнениями и неравенствами с одной переменной (например, у + 439 = 811) и включены в содержание учебников всех систем.

Тем не менее начальный курс математики в системе УМК «Начальная школа 21 века» В.Н Рудницкой и Т.В. Юдачевой [6] построен так, что обучающиеся начальных классов знакомятся на уроках с математическими высказываниями и логическими связками («и», «или», «если… то» , «неверно, что»), со смыслом логических слов (*каждый, любой, все , кроме , какой-нибудь*), составляющих основу логической формы предложения, используемой в логических выводах. Формирование этих понятий не выделяется в отдельный блок, а идёт совместно с изучением основного материала.

Приведём примеры:

1. *Определите, какие из перечисленных предложений являются высказываниями и каково их значение истинности:*

– В настоящий момент все ученики 1-го класса присутствуют на уроке чтения и внимательно слушают.

– Вы сегодня готовы к уроку?

– Посмотрите на доску.

– В конце любого урока звенит звонок.

– 3+5=9.

– Москва – столица Италии.

– Выразите 1 час 15 минут в минутах.

– Придумйте истинное высказывание.

– Придумайте общее ложное высказывание.

– Определите является ли предложение «Внимание! Близится конец урока» высказыванием.

– Является ли высказыванием предложение «х+5=10»?

– Приведите пример предложения, не являющегося высказыванием.

2. *Задания на определение значений истинности высказываний с кванторами:*

– Витя записал истинные высказывания к рисункам Лики (на рисунке изображено множество плоских фигур).

– Любой квадрат является прямоугольником.

– Учиться хорошо может не каждый.

– У всех уличных люков крышка круглая, а не квадратная, потому что она не может соскользнуть в люк, если поставить её на ребро.

– Для любого х, $x^2 > 0$.

– Некоторые ученики – двоечники.

– Все компьютеры в этом кабинете рабочие.

– Любой (каждый, всякий) прямоугольник – плоская фигура.

– Все прямоугольники – плоские фигуры.

– Не все плоские фигуры – прямоугольники.

– Как рассуждал Витя, составляя высказывания? Есть ли такие прямоугольники, которые не являются плоской фигурой? Есть ли такие плоские фигуры, которые не являются прямоугольниками?

3. Задания на преобразование:

– Преобразуйте частное высказывание «Некоторые ученики любят учиться» в общее и определите область его истинности.

Ответ: «Все ученики любят учиться» ложное.

– Преобразуйте предложение «х – 4=1» в истинное высказывание.

Ответ: «Если х=5, то х – 4=1».

– Преобразуйте высказывание «Каждый человек – художник» в истинное.

В качестве дополнительного материала на уроках и во внеурочной деятельности можно использовать комплекс упражнений учебного пособия «Гимнастика для ума» И.Л. Никольской и Л.И. Тиграновой, цель которого – способствовать формированию у младших школьников логической интуиции с элементами логической грамотности [5]. Пособие включает 35 занятий и раздел «Игротека». В материалах пособия раскрываются: 1) смысл логических операций – конъюнкция (*и*), дизъюнкция (*или*), отрицание (не) через задания с круговыми схемами (диаграмм Эйлера-Венна): пересечение множеств – конъюнкция, объединение – дизъюнкция, дополнение – отрицание (упр. 1, 2 с.67–68). 2) правила построения отрицаний составных высказываний по законам де Моргана:

НЕ ВЕРНО, ЧТО $A \wedge B$ = НЕ $A \vee$ НЕ B;

НЕ ВЕРНО, ЧТО $A \vee B$ = НЕ $A \wedge$ НЕ В.

Правила четко формулируются, выделяются в тексте и комментируются, даны как руководство при выполнении заданий:

1. Даны числа: 1,2,3,4,5,6,7,8,9.

Выпиши те числа, которые

а) не делятся на 2 и на 3,

б) не являются четными или простыми,

в) являются нечетными и не делятся на 3.

2. Катя обещала маме вымыть посуду и сходить за хлебом. В каком случае Катя не выполнила свое обещание? (Дайте ответ, используя слово «или»).

3. Отрабатывается понимание выражений с кванторами общности и существования (*все* и *некоторые*); вводится правило отрицания предложений с кванторами. Вводятся различные формулировки предложений с кванторами, отражающими *один и тот же смысл. Так слово «некоторые» употребляется в смысле хотя* бы один; *все* – идентично *любой, каждый*.

Например, верно ли утверждение: Все птицы осенью улетают на юг? Какие из следующих утверждений – верные?

а) Все птицы осенью не улетают на юг.

б) Не все птицы осенью улетают на юг.

в) Некоторые птицы осенью не улетают на юг.

Задания на рассуждения с круговыми схемами, [5, с. 79–80].

Таким образом, задания с математическими утверждениями должны выступать в качестве самостоятельной логической единицы содержания школьного курса математики, поскольку они – основа выявления истинности или ложности суждений. В жизненных ситуациях часто наблюдается некорректное использование логической связок, так, например, слово «любой» предполагает разделение и выбор чего-то одного, а не возможность учитывать все объекты в решении задачи. Поэтому выдвигается новый принцип обучения математике – не только овладеть математическими знаниями, а уметь логически и осознано исследовать явления реального мира; научиться анализировать, отчётливо выражать свои мысли, развивать воображение и интуицию (способность предвидеть результат и предугадать путь решения). Реализации этой цели может и должно способствовать решение на уроках математики различного рода упражнений с элементами логики. Использование учителем начальной школы этих упражнений на уроках математики является не желательным, а необходимым. Пропедевтическую работу можно начинать с дошкольного возраста.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белошистая А.В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников М.: Владосс, 2003. 400 с.
2. Зак А.З. Развитие интеллектуальных способностей у детей 8 лет: учебно-методическое пособие для учителей. М.: Новая школа, 1996. 352 с.
3. Козлова В.А. Обучение дошкольников и младших школьников математике. М.: Школьная Пресса, 2002. 111 с.
4. Лозгачева Т.А. Математика: множества, соответствия, утверждения. Тверь, 2012. 52 с.
5. Никольская И.Л., Тигранова Л.И. Гимнастика для ума: книга для учащихся начальных классов: 1–4 классы. М.: Издательство «Экзамен», 2013, 239 с.
6. Рудницкая В.Н. Программа четырёхлетней начальной школы по математике: проект «Начальная школа XXI века». М.: Вентана-Граф, 2011. 128 с.

Об авторе:
ЛОЗГАЧЕВА Татьяна Александровна – кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математического и естественнонаучного образования ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет», e-mail: aspirantsha@mail.ru

СИТУАЦИОННЫЙ МЕТОД В ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

А.П. Сильченко
ЧОУ «Городенская православная гимназия»,
с. Городня Конаковского р-на Тверской обл.

Обосновывается возможность применения ситуационного метода в образовательной деятельности при встраивании в этапы педагогической технологии В.М. Монахова.
Ключевые слова: *ситуация, педагогическая ситуация, ситуационный метод, педагогическая технология, управление, управленческие решения, целеполагание, логическая структура.*

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (ФГОС СОО)[5] выдвинул новые требования к качеству трех основных параметров результативности образовательной деятельности, а именно: требования к качеству образовательного результата, качеству учебно-познавательной деятельности и качеству информационно-образовательной среды. ФГОС СОО в целом достаточно абстрактен и не дает учителям