

513

Е-91

161580

Н. В. ЕФИМОВ

ВЫСШАЯ ГЕОМЕТРИЯ

ОГНЗ - ГОСТЕХИЗДАТ · 1945

Н. В. ЕФИМОВ

513

Е-91

ВЫСШАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Допущено Всесоюзным Комитетом по
делам высшей школы при СНК СССР
в качестве учебного пособия для универси-
тетов и пединститута



О Г И З

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

МОСКВА 1945 ЛЕНИНГРАД

085191

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЧАСТЬ I

ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ

Глава I. Краткий обзор исследований по основаниям геометрии . . .	7
1. Аксиомы Евклида § 1—4	7
2. Пятый постулат § 5—8	12
3. Н. И. Лобачевский и его геометрия § 9	27
4. Формирование понятия геометрического пространства § 10	28
Глава II. Аксиомы элементарной геометрии	33
1. Геометрические элементы § 11	33
2. Группа I. Аксиомы связи § 12	34
3. Группа II. Аксиомы порядка § 13	36
4. Следствия из аксиом связи и порядка § 14—15	37
5. Группа III. Аксиомы конгруэнтности § 16	44
6. Следствия из аксиом I—III § 17—19	46
7. Группа IV. Аксиомы непрерывности § 20—24	54
8. Группа V. Аксиома параллельности. Абсолютная геометрия § 25—27	66
Глава III. Неевклидова теория параллельных	69
1. Определение параллельных по Лобачевскому § 28—30	69
2. Особенности расположения параллельных и расходящихся прямых § 31, 32	79
3. Функция Лобачевского $\Pi(x)$ § 33	83
4. Прямые и плоскости в пространстве Лобачевского § 34, 35	86
5. Эквидистанта и орицикл § 36—40	93
6. Эквидистантная поверхность и орисфера § 41—44	101
7. Элементарная геометрия на поверхностях пространства Лобачевского § 45—47	105
8. Доказательство логической непротиворечивости геометрии Лобачевского § 48—54	115
Глава IV. Исследование аксиом элементарной геометрии	133
1. Три основные задачи аксиоматики § 55, 56	133
2. Непротиворечивость евклидовой геометрии § 57	137
3. Доказательство независимости некоторых аксиом системы Гильберта § 58, 59	152
4. Аксиома полноты § 60	159
5. Полнота системы аксиом Гильберта § 61	164
6. Аксиоматический метод в математике § 62	167
Глава V. Аналитические методы в основаниях геометрии	168
1. Метрическая форма евклидовой плоскости § 63	169
2. Главнейшие уравнения метрической геометрии Лобачевского § 64—69	172
3. Площадь треугольника § 70	185
4. Аналитическая геометрия на плоскости Лобачевского § 71	193

5. Метрическая форма плоскости Лобачевского § 72—74	197
6. Внутренняя геометрия поверхности и задача Бельтрами § 75, 76	215
7. Краткие сведения из теории поверхностей § 77—84	220
8. Геометрия на поверхности постоянной кривизны § 85, 86	231
9. Двумерные многообразия § 87—92	239
10. Метрика двумерных многообразий § 93—96	253
11. Пространственные формы геометрии постоянной кривизны. Параболические пространственные формы § 97	262
12. Эллиптические пространственные формы § 98, 99	265
13. Гиперболические пространственные формы § 100—104	268
14. Евклидово n -мерное пространство § 105, 106	280
15. Дифференциальная геометрия многомерных многообразий § 107—109	287

ЧАСТЬ II

ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Глава VI. Основы проективной геометрии	294
1. Предмет проективной геометрии § 110—117	294
2. Теорема Дезарга. Построение гармонических групп элементов § 118—122	299
3. Порядок точек на проективной прямой § 123—125	310
4. Разделённость гармонических пар; непрерывность гармонического соответствия § 126, 127	318
5. Аксиома непрерывности. Проективная система координат на прямой § 128—131	324
6. Проективная система координат на плоскости и в пространстве § 132—136	335
7. Проективное соответствие между элементами одномерных многообразий § 137—139	346
8. Проективное соответствие между многообразиями двух и трёх измерений § 140—142	356
9. Аналитические представления проективных отображений. Инволюция § 143—147	363
10. Формулы преобразования проективных координат. Сложное отношение четырёх элементов § 148—153	379
11. Принцип двойственности § 154—158	387
12. Основная проблема классической проективной геометрии. Комплексная проективная плоскость. Проективные пространства высших размерностей § 159—164	400
13. Образы второй степени. Теория поляр § 165—170	414
14. Конструктивные теоремы и задачи проективной геометрии § 171—187	428
Глава VII. Теоретико-групповые принципы геометрии. Группы преобразований	451
1. Геометрия и теория групп § 188—191	451
2. Проективная группа и её основные подгруппы § 192—200	455
3. Геометрии Лобачевского, Римана и Евклида в проективной схеме § 201—208	468
Алфавитный указатель	483