

УДК 510.6, 510.82, 510.53

AMS MSC2020: 03B70, 68T27, 68Q17, 68T30, 03D15

Декомпозиция логических теорий: вычислительные проблемы и приложения

Пономарев Д. К.

Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН;
Новосибирский государственный университет

Аннотация. Интерес к методам декомпозиции в логике связан с анализом и применением больших аксиоматических теорий, возникающих в приложениях. Применение логики многогранно и исследование свойств, связанных с декомпозицией, требует разнообразных техник. Эта тема стала актуальной, главным образом, благодаря развитию логических методов представления знаний и автоматизированного вывода, однако полученные результаты оказались интересными как для классической области логики, так и канонических приложений, например, синтеза логических схем и компрессии данных.

Ключевые слова: прикладная логика, дискретная математика, сложность вычислений, декомпозиция Булевых функций, аксиоматическое представление знаний, инженерия онтологий, компрессия данных.

Некоторые аксиоматические теории, известные в математике, представлены как объединение двух (или нескольких) теорий, имеющих дизъюнктивные сигнатуры. Например, теория упорядоченных графов — есть объединение теории бинарного предиката, задающего отношение смежности, и теории полного порядка. Такое дизъюнктивное представление довольно редко встречается для теорий в математике, поскольку аксиомы, как правило, формулируют связи между предикатами и операциями. Например, в определении упорядоченных алгебраических структур, таких как группы или кольца, обычно используется аксиома, постулирующая связь между порядком и операцией в виде: « a меньше либо равно b влечет $a + c$ меньше либо равно $b + c$ ».

По-иному выглядит ситуация в областях Computer Science и Knowledge Representation & Reasoning, где логические теории используются для описания сложных систем из разных (не только строго математических) предметных областей и они имеют более сложный вид и гораздо большее число аксиом, в сравнении с теориями «стандартных» алгебраических структур [3]. Кроме того, такие теории зачастую разрабатываются совместно группами экспертов предметной области или они формируются полностью автоматически, например, из текстов. Это относится, например, к логическим теориям — онтологиям, которые представляют формализацию характерных понятий и отношений, встречающихся в предметных областях, таких как биология, медицина и пр. Такие теории могут включать тысячи сигнатурных символов (имен понятий и отношений) и сотни тысяч аксиом, что делает анализ таких теорий и логический вывод из них довольно нетривиальными задачами [4, 6].

Возникает естественный вопрос: можно ли как-то структурировать теорию, имеющую большой набор аксиом, можно ли упростить работу с теорией, представив ее в более удобном виде. Например, известно, что арифметика Пеано — довольно выразительная и сложная теория с алгоритмической точки зрения из-за связей между операциями сложения и умножения. Однако арифметика Пресбургера (в которой нет операции умножения) существенно менее сложна. Теория двух унарных функций неразрешима, но теория одной унарной функции является разрешимой (на самом деле, даже монадическая теория второго порядка одной унарной функции разрешима).

Это наводит на мысль, что даже если теория сложна, то ее компоненты, получаемые как «проекции» на подмножества сигнатурных символов, могут оказаться гораздо проще. Как определить, представима ли теория в виде объединения такого рода компонент и как вычислить сами компоненты? Ответ на этот вопрос затрагивает классические и новейшие результаты из области логики, теории моделей, теории вычислений, дискретной математики и открывает путь к новым методам синтеза логических схем [1], компрессии данных [2], инженерии онтологий [5] и теорий действий [7].

Список литературы

- [1] *Emelyanov, P.* The Complexity of AND-decomposition of Boolean Functions / P. Emelyanov, D. Ponomaryov // Discrete Applied Mathematics. — 2020. — Vol. 280. — P. 113–132.
- [2] *Emelyanov, P.* On Two Kinds of Dataset Decomposition. // Computational Science — ICCS 2018. ICCS 2018. LNCS'10861 / Eds. Shi Y. [et al.] — Cham : Springer, 2018. — P. 171–183.
- [3] Handbook of Knowledge Representation / Eds. F. van Harmelen, V. Lifschitz, B. Porter. — Amsterdam : Elsevier, 2008.
- [4] Handbook on Ontologies / Eds. S. Staab. R. Studer. — Berlin : Springer, 2009.
- [5] *Konev, B.* Decomposing Description Logic Ontologies / B. Konev, C. Lutz, D. Ponomaryov, F. Wolter // Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Twelfth International Conference, KR 2010. — AAAI Press, 2010.
- [6] *Lutz, C.* Mathematical Logic for Life Science Ontologies / C. Lutz, F. Wolter // Logic, Language, Information and Computation. WoLLIC 2009. LNCS'5514 / Eds. Ono H., Kanazawa M., de Queiroz R. — Berlin : Springer, 2009.
- [7] *Ponomaryov, D.* Progression of Decomposed Local-Effect Action Theories / D. Ponomaryov, M. Soutchanski // ACM Transactions on Computational Logic. — 2017. — Vol. 18, iss. 2. — 16.

Библиографическая ссылка

Пономарев, Д. К. Декомпозиция логических теорий: вычислительные проблемы и приложения // Всероссийская научная конференция «Математические основы информатики и информационно-коммуникационных систем». Сборник трудов. — Тверь : ТвГУ, 2021. — С. 57–60.

<https://doi.org/10.26456/mfcsics-21-7>

Сведения об авторах

ДЕНИС КОНСТАНТИНОВИЧ ПОНОМАРЕВ
Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН;
Новосибирский государственный университет. Старший научный
сотрудник

пр. Лаврентьева, 6, 630090, Новосибирск

E-mail: ponom@is.nsk.su