

УДК 004.81

AMS MSC2020: 68T99

## Метод максимального правдоподобия для обобщения нечетких множеств в таксономиях

Айрапетян Ж. С., Фролов Д. С., Миркин Б. Г.

НИУ «Высшая школа экономики»

**Аннотация.** В работе предлагается новый метод обобщения тематической текстовой коллекции, оснащенной таксономией предметной области. С помощью спектральных методов кластеризации из текстовой коллекции извлекаются нечеткие множества листьев таксономии, соответствующие понятиям, одновременно используемым в статьях коллекции. Эти нечеткие множества обобщаются путем их подъема в дереве таксономии с использованием критерия максимального правдоподобия. Оптимальный подъем подразумевает нахождение вершины или множества вершин в дереве таксономии, наиболее плотно покрывающих листовые понятия из обобщаемого множества. Наш метод включает два основных этапа: (1) извлечение кластеров из текстовой коллекции и (2) обобщение этих кластеров. В данной работе модернизируются оба этапа. Алгоритмы применены к структурному анализу и описанию текстовой коллекции из 17 тыс. аннотаций научных статей в области Наук о данных, опубликованных в журналах издательства Шпрингер. Таксономия Наук о данных, используемая в данной работе, является шестиуровневой иерархической таксономией, разработанной вручную международной Ассоциацией Вычислительной Техники и Вычислительных Систем (ACM-CSS [4])

**Ключевые слова:** иерархическая таксономия, методы обобщения, спектральная кластеризация, аннотированные суффиксные деревья.

### Введение

Вопросы автоматизации анализа текстовых коллекций приобретают все большее значение, как в силу практических потребностей, так

и в силу теоретической необходимости. В работе исследуется математический аналог уникальной когнитивной способности человека — обобщения. Понятие обобщения в данном контексте подразумевает извлечение концепций большого объема, но менее конкретного содержания из коллекции документов, то есть перехода от частного к общему согласно разработанному нами подходу [3]. Публикации в области анализа текстовых коллекций указывают на иерархическую структуру концепций. Такая иерархическая структура строится переходами от общего к частному, а значит, напрямую затрагивает понятие обобщения. Таксономия предметной области представляет собой иерархическую структуру корневого дерева. Первым делом из текстовой коллекции извлекаются нечеткие множества листьев таксономии, отражающие структуру текстовой коллекции, а затем эти множества обобщаются с использованием структуры таксономии. Такая процедура позволяет выявить узлы таксономии, наиболее точно описывающие текстовую коллекцию.

## 1. Извлечение кластеров

Для извлечения нечетких кластеров на множестве листьев таксономии необходимо вычислить релевантность каждого текста к каждой листовой теме таксономии. Для вычисления матрицы релевантностей  $R$  используются Аннотированные Суффиксные деревья (AST [2]), построенные для каждого текста из коллекции. Матрица ко-релевантности листовых тем  $A$  вычисляется как  $A = R^T R$ , то есть для двух листовых тем  $i$  и  $j$  с векторами релевантности текстам  $r_i$  и  $r_j$  их схожесть определяется как скалярное произведение. Мы также используем веса текстов, учитывающие их уникальность.

Теперь задачу кластеризации можно формулировать в терминах оптимального разбиения взвешенного графа, представляемого матрицей  $A$ , на кластеры. Такую задачу можно решить с помощью комбинации двух алгоритмов: LaplacianEigenMaps [1] и метода нечетких  $C$ -средних. Матрица смежности  $A$  используется для вычисления матрицы нормализованного Лапласиана  $L_n$ , спектр которого (особенно собственные векторы, соответствующие наименьшим собственным значениям) имеет интерпретацию в терминах минимального числа разрезов, необходимого для деления графа на компоненты сопо-

ставимого размера. Затем полученные вложения кластеризуются с помощью метода нечеткой кластеризации  $C$ -средних.

## 2. Методы обобщения

После извлечения нечетких кластеров из текстовой коллекции, мы хотим обобщить эти кластеры, используя дерево таксономии. Введем некоторые обозначения и определения для удобства дальнейших рассуждений. Пусть  $I$  — множество листьев нашей таксономии  $T$ , где  $T$  — множество всех узлов таксономии, тогда для любого  $h \in T \setminus I$ :  $T(h)$  будет поддеревом дерева  $T$ , а  $I(h)$  — терминальными узлами этого поддерева. Для любого  $h \in T \setminus I$  будем обозначать множество непосредственных отпрысков узла  $h$  как  $\chi(h)$ . Дадим определение нечеткому множеству. Нечеткое множество на листьях  $I$  нашего дерева — это отображение  $u : I \rightarrow \mathbb{R}^{[0,1]}$ , где  $u(i)$  для  $i \in I$  — это значение принадлежности листового элемента данному множеству.  $S_u = \{i \in I : u(i) > 0\}$  — основа нечеткого множества  $u$ . Все вершины  $t \in T$ , такие что  $I(t) \cap S_u = \emptyset$  будем называть  $u$ -нерелевантными вершинами. Из такого определения вытекает, что для любой  $u$ -нерелевантной вершины ее потомки тоже являются  $u$ -нерелевантными. Максимально  $u$ -нерелевантным узлом называется узел, который является  $u$ -нерелевантным, а его родитель уже не является  $u$ -нерелевантным. Удалим из дерева таксономии все не максимальные  $u$ -нерелевантные узлы. Теперь все  $u$ -нерелевантные узлы — это листья, не входящие в основу нечеткого множества. В работе [3] была рассмотрена следующая задача обобщения: дано нечеткое множество на терминальных узлах таксономии  $T$ , требуется найти вершину  $h \in T$ , которая покрывала бы данное множество настолько плотно, насколько это возможно. Набор узлов  $H$  будем называть  $u$ -покрытием, если:

- (а)  $H$  покрывает  $S_u$ , то есть  $S_u \subseteq \bigcup_{h \in H} I(h)$ ;
- (б) узлы в  $H$  не связаны, то есть  $I(h) \cap I(h') = \emptyset$  для любых  $h, h' \in H$  таких, что  $h \neq h'$ .

Узлы, принадлежащие  $H \setminus I$ , будут являться головными темами покрытия, а узлы, принадлежащие  $H \cap I$ , индуцированными ею

выбросами. Множеством пробелов покрытия будет являться объединение по всем индуцированным покрытием  $u$ -нерелевантным узлам, то есть  $\bigcup_{h \in H \setminus I} I(h) \setminus S_u$ . Обозначим  $G(h) = I(h) \setminus S_u$ . Значение штрафной функции, ассоциированное с определенным  $u$ -покрытием должно учитывать принадлежности  $u(i)$  листовых элементов своих головных тем, поэтому чтобы корректно определить штрафную функцию для  $u$ -покрытия нужно расширить принадлежность листовых элементов на все узлы дерева. Будем считать, что принадлежности листовых элементов уже нормированы и  $\sum_{i \in I} u(i)^2 = 1$ . Выберем следующую функцию агрегации для внутренней вершины  $t$ :  $u(t) = \sqrt{\sum_{i \in I(t)} u(i)^2}$ . Итак, ассоциированная с  $u$ -покрытием  $H$  штрафная функция, которая учитывает важность головных тем, пробелов и выбросов с соответствующими весами 1,  $\lambda$  и  $\gamma$ , будет выглядеть следующим образом:

$$p(H) = \sum_{h \in H \setminus I} u(h) + \lambda \sum_{h \in H \setminus I} \sum_{g \in G(h)} v(g) + \gamma \sum_{h \in H \cap I} u(h), \quad (1)$$

где  $\lambda$  и  $\gamma$  — гиперпараметры. В статье [3] построен рекурсивный алгоритм, находящий глобальный минимум данной функции. В данной работе мы модифицируем этот метод, исходя из вероятностей приобретения и потерь головных тем в узлах. Данный метод позволяет избавиться от гиперпараметров  $\lambda$  и  $\gamma$ .

Для оценки априорных вероятностей потерь и приобретений для всех узлов, мы применили многократный запуск алгоритма с критерием максимальной экономии (1) примерно 300 раз на случайных наборах по 5000 статей из текстовой коллекции. Для нахождения глобально оптимального решения по критерию максимального правдоподобия используется рекурсивный алгоритм, схожий с рекурсивным алгоритмом для критерия максимальной экономии [3]. Применение нового метода позволяет уточнить и дополнить ранее полученные результаты о тенденциях исследований в области науки о данных.

В работе принимали участие Сузана Насименто (Новый университет Лиссабона, Португалия) и Тревор Феннер (Университет Биркбек, Лондон Великобритания).

## Список литературы

- [1] *Belkin M.* Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation / M. Belkin, P. Niyogi // *Neural Computation*. — 2003. — Vol. 15, №6. — P. 1373–1396.
- [2] *Chernyak, E.* Refining a taxonomy by using annotated suffix trees and wikipedia resources / E. Chernyak, B. Mirkin // *Annals of Data Science*. — 2015. — Vol. 2, №1. — P. 61–82.
- [3] *Frolov, D.* Parsimonious Generalization of Fuzzy Thematic Sets in Taxonomies Applied to the Analysis of Tendencies of Research in Data Science / D. Frolov, S. Nascimento, T. Fenner, B. Mirkin // *Information Sciences*. — 2020. — Vol. 512. — P. 595–615.
- [4] The 2012 ACM Computing Classification System. — URL: <https://www.acm.org/publications/class-2012>. — Загл. с титул. экрана.

## Библиографическая ссылка

*Айрапетян, Ж. С.* Метод максимального правдоподобия для обобщения нечетких множеств в таксономиях / Ж. С. Айрапетян, Д. С. Фролов, Б. Г. Миркин // Всероссийская научная конференция «Математические основы информатики и информационно-коммуникационных систем». Сборник трудов. — Тверь : ТвГУ, 2021. — С. 96–101.  
<https://doi.org/10.26456/mfcsics-21-15>

## Сведения об авторах

1. **АЙРАПЕТЯН ЖИРАЙР СЕРЕЖАЕВИЧ**  
НИУ «Высшая школа экономики». Исследователь в лаборатории ИССА

*Россия, Москва, Покровский бульвар, д.11*

*E-mail: [zhayrapetyan@ithse.ru](mailto:zhayrapetyan@ithse.ru)*

2. **ФРОЛОВ ДМИТРИЙ СЕРГЕЕВИЧ**  
НИУ «Высшая школа экономики». Исследователь МЦАВР

---

*Россия, Москва, Покровский бульвар, д.11*

*E-mail: [dmitsf@gmail.com](mailto:dmitsf@gmail.com)*

3. **БОРИС ГРИГОРЬЕВИЧ МИРКИН**

НИУ «Высшая школа экономики». профессор

*Россия, Москва, Покровский бульвар, д.11*

*E-mail: [bmirkin@hse.ru](mailto:bmirkin@hse.ru)*