

УДК 519.7

AMS MSC2020: 68Q85

Вопрос о графах достижимости сетей

Петри

Белов Ю. А.

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

Аннотация. Ставится вопрос о возможности моделирования некоторого графа с помощью графа достижимости какой-либо сети Петри.

Ключевые слова: сети Петри, граф достижимости сети Петри, изоморфизм графов.

Введение

Допустимые последовательности имен переходов данной сети образуют формальный язык в алфавите T (список имен переходов) — так называемый свободный язык сети Петри. Если переходы помечены символами некоторого другого алфавита A , данные последовательности преобразуются в слова в алфавите A и получается префиксный язык сети. При этом можно ограничиваться только такими допустимыми цепочками, которые заканчиваются в данном фиксированном «терминальном» состоянии. Таким образом получаются свободные или префиксные терминальные языки.

Обобщая ситуацию далее, можно считать некоторые переходы невидимыми и получать соответствующие языки с невидимыми переходами. Комбинируя перечисленные свойства в различных сочетаниях получаем семейство из шести типов языков, сопоставляемых данной сети Петри. Это дает возможность изучения «языковой выразительной мощности» сети, и сравнения различных типов языков. Указанное направление исследований является классическим в теории сетей Петри, многие материалы изложены, например, в [1]. Известно, в частности, что все регулярные языки моделируются, некоторые контекстно-свободные языки не моделируются сетями

Петри, в то же время существуют языки, моделируемые сетью Петри, но не являющиеся контекстно-свободными и т. п.

Если рассматривать проблему достижимости, видимо, требуется выяснить строение множества всех достижимых состояний данной сети. Это множество образует ориентированный граф с выделенным (начальным) состоянием. Если какой-то ориентированный граф изоморфен графу допустимости некоторой сети, граф можно назвать моделируемым сетью Петри. Аналогично языковому подходу можно привести примеры графов, не моделируемых сетями Петри, а также указать моделируемые графы.

Все конечные графы моделируются, и даже автоматными сетями Петри — предложение 1.

Конечно, моделируемый граф может, вообще говоря, моделироваться различными сетями, например, сетями различных размерностей. В частности, возникает вопрос минимизации такой сети — до некоторой степени аналог вопроса минимизации конечного автомата для регулярных языков и построение соответствующего алгоритма минимизации. При этом требуется уточнять типы сетей, форму их задания и т. п.

Для бесконечных графов можно указать пример не моделируемого графа — однородное свободное дерево степени d , если $d > 2$. Для данного дерева количество вершин уровня k (уровень — расстояние от корня до вершины) имеет порядок $(d - 1)^k$, что используется при доказательстве отсутствия моделируемости. Точнее, используется следующее замечание: если в бесконечном ориентированном графе количество вершин уровня k растет по экспоненте, то такой граф не моделируем, так как можно доказать, что в моделируемом графе указанное количество вершин имеет скорость роста не более степенной. Последнее утверждение (в языковой формулировке) можно снова найти в [1]. В предложении 2 дается некоторое усиление этого замечания: имеется пример счетного бесконечного дерева, в котором количество вершин уровня k всегда равно 1 или 2 (в зависимости от k), степень каждой вершины равна 2 или 3 и это дерево не моделируемо.

Повторим точное определение. Ориентированный граф G с выделенной вершиной назовем моделируемым, если существует такая сеть Петри P , граф достижимости которой [1], изоморфен данному графу G .

Отметим, что при установлении изоморфизма рассматривается только наличие или отсутствие дуги, соединяющей две вершины, а имена или метки дуг не учитываются.

1. Результаты

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. *Каждый конечный ориентированный граф G с отмеченной вершиной, без петель и параллельных дуг, является моделируемым.*

При этом сеть Петри даже можно считать консервативной, в которой циркулирует только одна фишка.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. *Существует ориентированное бесконечное счетное выходящее корневое дерево, в котором вершин k -го уровня имеется ровно одна или две для любого k , и такое, что данное дерево не моделируемо.*

Заключение

Вопрос о достаточных условиях моделируемости бесконечных графов, видимо, является открытым.

Список литературы

- [1] Котов, В. Е. Сети Петри. — М. : Наука, 1984. — 156 с.

Библиографическая ссылка

Белов, Ю. А. Вопрос о графах достижимости сетей Петри // Всероссийская научная конференция «Математические основы информатики и информационно-коммуникационных систем». Сборник трудов. — Тверь : ТвГУ, 2021. — С. 114–117.
<https://doi.org/10.26456/mfcscs-21-18>

Сведения об авторах

ЮРИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ БЕЛОВ

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова. До-
цент

Россия, 150003, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14

E-mail: belov45@yandex.ru