УДК 519.7
AMS MSC2020: 68Q85

Сравнение языков моделей сетей Петри со слабой временной стратегией

Вирбицкайте И. Б., Зубарев А. Ю.

Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН

Аннотация. Непрерывно-временные сети Петри (НВСП), где каждому переходу сети ставится в соответствие временной интервал его срабатывания, используются для моделирования сложных параллельных систем, критичных с точки зрения безопасности. В статье вводятся и исследуются языковые эквивалентности в семантиках интерливинга (одиночные действия), шага (множества параллельных действий) и частичного порядка (множества упорядоченных по причине и параллельных действий) в контексте НВСП, количественное (временное) поведение которых определяется слабой временной стратегией (то есть ход модельного времени не ограничен срабатыванием переходов сети), а качественное (функциональное) поведение представляется интерливинговыми/шаговыми пробегами и причинно-следственными процессами.

Ключевые слова: непрерывно-временные сети Петри, языки моделей, дихотомия «интерливинг — частичный порядок».

Введение

Для верификации поведения информационно-компьютерных систем, безопасность функционирования которых критически важна, используются модели непрерывно-временных сетей Петри (НВСП), позволяющие описывать и анализировать как функциональные (качественные), так и реально-временные (количественные) свойства систем.

Классическая интерливинговая семантика НВСП представляется в виде пробегов — последовательностей смены состояний сети посредством хода времени и срабатываний одиночных переходов. При шаговой семантике смена состояний в пробеге НВСП осуществляется посредством одновременного срабатывания множества параллельных переходов (шага). Для построения частично-упорядоченной семантики НВСП используют понятие временных процессов, состоящих из ациклических конструкций — временных причинно-следственных сетей (ВПСС), построенных из элементов, связанных частичным порядком (отношением причины), а отсутствие порядка соответствует параллелизму, — и отображений (гомоморфизмов) из ВПСС в НВСП. При формальной верификации моделируемых систем шаговая и частично-упорядоченная семантики НВСП позволяют сократить число анализируемых состояний, поскольку не требуется рассмотрение всех интерливинговых пробегов.

Различают две стратегии хода времени в НВСП. При *сильной стратегии* запрещен ход времени, приводящий к выходу за границы временных интервалов разрешенных переходов, которые должны срочно сработать, если время не может идти дальше. Напротив, при *слабой стратегии* допускается любой ход времени, срабатывание переходов не форсируется и, как следствие, они, вообще, могут не сработать. В [1] авторами было доказано, что эти две семантики являются несравнимыми относительно слабой временной бисимуляции. Кроме того, из работы [2] известно, что многие проблемы анализа НВСП разрешимы для слабой стратегии, однако это не всегда так для сильной стратегии.

Поведенческие эквивалентности и их взаимосвязи в дихотомиях «интерливинг — частичный порядок» и «линейное — ветвящееся время» в контексте НВСП с сильной стратегией были изучены в статье [3]. В данной работе вводятся и изучаются языковые эквивалентности в семантиках интерливинга, шага и частичного порядка для НВСП со слабой временной стратегией.

1. НВСП: интерливинговая/шаговая семантика

Определение 1. *Непрерывно-временная сеть Петри (НВСП) — это набор $\mathcal{TN} = ((P, T, F, M_0, L), D)$, где (P, T, F, M_0, L) — сеть Петри с конечным множеством P мест, конечным множеством T переходов ($P \cap T = \varnothing$), отношением инцидентности $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$, начальной разметкой $\varnothing \neq M_0 \subseteq P$ и помечающей функцией $L : T \to Act$; $D : T \to \{[a, b], [a, b) \mid a \in \mathbb{Q}_{\geqslant 0}, b \in (\mathbb{Q}_{\geqslant 0} \cup \{\infty\}), a \leqslant b\}$ —*

статическая временная функция. Здесь Act — множество действий.

Для $x \in P \cup T$ и $X \subseteq P \cup T$ введем обозначения: ${}^\bullet x = \{y \mid (y,x) \in F\}$, $x^\bullet = \{y \mid (x,y) \in F\}$, ${}^\bullet X = \bigcup\limits_{x \in X} {}^\bullet x$, $X^\bullet = \bigcup\limits_{x \in X} x^\bullet$. Будем считать, что ${}^\bullet t \neq \varnothing$ и $t^\bullet \neq \varnothing$ для всех $t \in T$.

Разметка M НВСП $\mathcal{TN}$ — это любое подмножество множества P. Обозначим через $En(M)$ множество переходов t таких, что ${}^\bullet t \subseteq M$. Непустое подмножество $U \subseteq T$ называется шагом, если $({}^\bullet t \cup t^\bullet) \cap ({}^\bullet t' \cup t'^\bullet) = \varnothing$ для всех $t \neq t' \in U$. Шаг U разрешен в разметке M, если $U \subseteq En(M)$. Состояние НВСП $\mathcal{TN}$ — это пара $S = (M, I)$, где M — разметка и $I : En(M) \to \mathbb{R}_{\geqslant 0}$ — динамическая временная функция. Пара $S_0 = (M_0, I_0 \equiv 0)$ — начальное состояние $\mathcal{TN}$. Шаг U, разрешенный в разметке M, может сработать в состоянии $S = (M, I)$ (обозначается $U \in Fi(S)$), если $I(t) \in D(t)$ для всех $t \in U$.

Ход времени $\tau \in \mathbb{R}_{\geqslant 0}$ в состоянии $S = (M, I)$ приводит к новому состоянию $S' = (M, I')$ (обозначается $S \xrightarrow{\tau} S'$), где $I'(t) = I(t) + \tau$ для всех $t \in En(M)$. Срабатывание шага $U \in Fi(S)$ приводит к новому состоянию $S' = (M', I')$ (обозначается $S \xrightarrow{U} S'$) такому, что верно:

$$M' = (M \setminus {}^\bullet U) \cup U^\bullet;$$

$$\forall t \in En(M') : I'(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } t \notin En(M \setminus {}^\bullet U) \vee t \in U, \\ I(t), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Пусть $S_0 \xrightarrow{\theta_0} S'_0 \xrightarrow{U_1} S_1 \ldots S'_{n-1} \xrightarrow{U_n} S_n \xrightarrow{\theta_n} S'_n = S$ $(n \geqslant 0)$, $\theta_i \in \mathbb{R}_{\geqslant 0}$ $(0 \leqslant i \leqslant n)$ и $U_j \in 2^T$ $(0 < j \leqslant n)$. Тогда $\sigma = \theta_0\ U_1\ \theta_1\ \ldots\ U_n\ \theta_n$ — пробег НВСП $\mathcal{TN}$ (обозначается $\sigma \in \mathcal{FS}(\mathcal{TN})$), а S — достижимое состояние в $\mathcal{TN}$. Будем считать, что для любого достижимого состояния $S = (M, I)$ и любого шага $U \in Fi(S)$ верно, что $(M \setminus {}^\bullet U) \cap U^\bullet = \varnothing$. Определим шаговый (интерливинговый) язык НВСП $\mathcal{TN}$ следующим образом:

$$\mathcal{L}_s(\mathcal{TN}) = \Big\{ \theta_0 A_1 \theta_1 \ldots A_n \theta_n \mid \theta_0 U_1 \theta_1 \ldots U_n \theta_n \in \mathcal{FS}(\mathcal{TN}), \\ A_j = L(U_j) = \sum_{t \in U_j} L(t)\ (0 < j \leqslant n) \Big\}$$

$(\mathcal{L}_i(\mathcal{TN}) = \{\theta_0 A_1 \theta_1 \ldots A_n \theta_n \in \mathcal{L}_s(\mathcal{TN}) \mid |A_j| = 1 \ (0 < j \leqslant n)\})$.

2. НВСП: частично-упорядоченная семантика

Определение 2. *Причинно-следственная сеть (ПСС) — это конечная ациклическая сеть $N = (B, E, G, l)$, где B — множество условий; E — множество событий; $G \subseteq (B \times E) \cup (E \times B)$ — отношение инцидентности такое, что $| \, b^\bullet \, | \leqslant 1$ и $| \, {}^\bullet b \, | \leqslant 1$ для всех $b \in B$ и $E = {}^\bullet B = B^\bullet$; $l : E \to Act$ — помечающая функция.*

Транзитивное замыкание отношения G (частичный порядок) определяет отношение причины ($\preceq$) на событиях и условиях сети. Отсутствие отношения причины между элементами сети говорит о их параллелизме. Непустое подмножество параллельных событий называется шагом; максимальное по включению подмножество параллельных условий называется сечением. Пусть $\mathcal{C}(N)$ — множество всех сечений в N. Для ПСС $N = (B, E, G, l)$ и $C, C' \in \mathcal{C}(N)$ введем обозначения:

$$\begin{aligned} {}^\bullet N &= \{b \in B \mid {}^\bullet b = \varnothing\}; \\ N^\bullet &= \{b \in B \mid b^\bullet = \varnothing\}; \\ \downarrow C &= \{e \in E \mid e \preceq e' \in {}^\bullet C\}; \\ C \smile C' &\iff \downarrow C \not\subseteq \downarrow C' \wedge \downarrow C' \not\subseteq \downarrow C. \end{aligned}$$

Определение 3. *Временная ПСС (ВПСС) — пара $TN = (N, \tau)$, где N — ПСС и $\tau : \mathcal{C}(N) \to \mathbb{R}_{\geqslant 0} \cup \{\perp\}$ — временная функция такая, что для всех $C \in \mathcal{C}(N)$ верно:*

$$\tau(C) = \perp \iff \exists C' \smile C \colon \tau(C') > 0.$$

Пусть $\mathcal{RC}(TN) = \{C \in \mathcal{C}(N) \mid \tau(C) \in \mathbb{R}_{\geqslant 0}\}$.

Событие e ВПСС TN может произойти в $C \in \mathcal{RC}(TN)$ (обозначается $e \in Fi(C)$), если ${}^\bullet e \subseteq C$ и $((C \setminus {}^\bullet e) \cup e^\bullet) \in \mathcal{RC}(TN)$. Последовательность $\omega = C_0 \ldots C_n$ $(n \geqslant 0)$ срезов из $\mathcal{RC}(TN)$ — график ВПСС TN, если $C_0 = {}^\bullet N$, $C_n = N^\bullet$ и $C_i = (C_{i-1} \setminus {}^\bullet V_i) \cup V_i^\bullet$, где $V_i \subseteq Fi(C_{i-1})$ — шаг, для всех $0 < i \leqslant n$. Для сечения C_j $(0 \leqslant j \leqslant n)$ и события $e \in Fi(C_j)$ определим функцию $\mathbf{Clock}(C_j, e) = \sum_{\{C_k \mid {}^\bullet e \subseteq C_k, 0 \leqslant k \leqslant j\}} \tau(C_k)$. Заметим, что функция определена для каждого среза из $\mathcal{RC}(TN)$, а ее значение не зависит от выбора графика.

Определение 4. *Пусть* $\mathcal{TN} = ((P,\, T,\, F,\, M_0,\, L),\, D)$ *— НВСП и* $TN = (N = (B,\, E,\, G,\, l), \tau)$ *— ВПСС. Гомоморфизмом из* TN *в* $\mathcal{TN}$ *называется отображение* $\varphi : (B \cup E) \to (P \cup T)$ *такое, что* $\varphi(B) \subseteq P$ *и* $\varphi(E) \subseteq T$*;* $\varphi|_{^\bullet e}$ *— биекция между* $^\bullet e$ *и* $^\bullet\varphi(e)$ *для всех* $e \in E$*;* $\varphi|_{e^\bullet}$ *— биекция между* $e^\bullet$ *и* $\varphi(e)^\bullet$ *для всех* $e \in E$*;* $\varphi|_{^\bullet N}$ *— биекция между* $^\bullet N$ *и* M_0*;* $l(e) = L(\varphi(e))$ *для всех* $e \in E$*. Пара* $\pi = (TN, \varphi)$ *называется временным процессом НВСП* $\mathcal{TN}$ *(обозначается* $\pi \in Proc(\mathcal{TN})$*), если для каждого сечения* $C \in \mathcal{RC}(TN)$ *и события* $e \in Fi(C)$ *верно, что* $\mathbf{Clock}(C, e) \in D(\varphi(e))$*.*

Временной процесс $\pi_0 = (TN_0 = (N_0 = (B_0, \varnothing, \varnothing, \varnothing), \tau_0), \varphi_0)$, где $\tau_0(^\bullet N_0 = B_0) = 0$ называется начальным. Рассмотрим $\pi,\, \widehat{\pi} \in Proc(\mathcal{TN})$. Будем писать $\pi \xrightarrow{A} \widehat{\pi}$, если существует шаг V такой, что $\widehat{N}^\bullet = (N^\bullet \setminus {}^\bullet V) \cup V^\bullet$, $\widehat{B} = B \cup \widehat{N}^\bullet$, $\widehat{E} = E \cup V$, $\widehat{G} \cap (B \times E \cup E \times B) = G$, $\widehat{l}|_E = l$, $\widehat{\tau}|_{\mathcal{C}(N)} = \tau$, $\widehat{\varphi}|_E = \varphi$, $\sum_{e \in V} \widehat{l}(e) = A$ и $\widehat{\tau}|_{\mathcal{C}(\widehat{N}) \setminus \mathcal{C}(N)} \equiv 0$. Кроме того, будем писать $\pi \xrightarrow{\theta} \widehat{\pi}$, если $N = \widehat{N}$, $\tau|_{\mathcal{C}(N) \setminus N^\bullet} \equiv \widehat{\tau}|_{\mathcal{C}(N) \setminus N^\bullet}$, $\tau(N^\bullet) = 0$ и $\widehat{\tau}(N^\bullet) = \theta$.

3. Иерархия языковых эквивалентностей

Сначала рассмотрим языковые эквивалентности НВСП, построенные на их пробегах.

Определение 5. *НВСП* $\mathcal{TN}$ *и* $\mathcal{TN}'$ *являются шагово (интерливингово) языково эквивалентными (обозначается* $\mathcal{TN} \cong_{s(i)} \mathcal{TN}'$*), если* $\mathcal{L}_{s(i)}(\mathcal{TN}) = \mathcal{L}_{s(i)}(\mathcal{TN}')$*.*

Для НВСП $\mathcal{TN}$ введем вспомогательные обозначения:

$$\begin{aligned}
Trace_s(\mathcal{TN}) = \{&\theta_0 A_1 \theta_1 \dots A_n \theta_n \mid \\
&\theta_i \in \mathbb{R}_{\geqslant 0}\ (0 \leqslant i \leqslant n), A_j \in \mathbb{N}^{Act}\ (0 < j \leqslant n), \\
&\pi_0 \xrightarrow{\theta_0} \pi_0' \xrightarrow{A_1} \pi_1 \dots \pi_{n-1}' \xrightarrow{A_n} \pi_n \xrightarrow{\theta_n} \pi_n'\ (n \geqslant 0) \text{ в } \mathcal{TN}\}; \\
Trace_i(\mathcal{TN}) = \{&\theta_0 A_1 \theta_1 \dots A_n \theta_n \in Trace_s(\mathcal{TN}) \mid \\
&\qquad\qquad |A_j| = 1 (0 < j \leqslant n)\}; \\
Trace_{pr}(\mathcal{TN}) = \{&[TN]_{\simeq} \mid \pi = (TN, \varphi) \in Proc(\mathcal{TN})\}.
\end{aligned}$$

Определим языковые эквивалентности на временных процессах.

Определение 6. *Пусть* $\star \in \{i, s, pr\}$. *НВСП* $\mathcal{TN}$ *и* $\mathcal{TN}'$ *являются* $\star$*-языково эквивалентными (обозначается* $\mathcal{TN} \equiv_\star \mathcal{TN}'$*), если* $Trace_\star(\mathcal{TN}) = Trace_\star(\mathcal{TN}')$.

Теорема 1. *Пусть* $\mathcal{TN}$ *и* $\mathcal{TN}'$ *НВСП.*

$$\mathcal{TN} \cong_i \mathcal{TN}' \iff \mathcal{TN} \equiv_i \mathcal{TN}';$$
$$\mathcal{TN} \cong_s \mathcal{TN}' \iff \mathcal{TN} \equiv_s \mathcal{TN}'.$$

Установим взаимосвязи между языковыми процессными эквивалентностями НВСП.

Теорема 2. *Для двух НВСП* $\mathcal{TN}$ *и* $\mathcal{TN}'$ *выполняется:*

$$\mathcal{TN} \equiv_s \mathcal{TN}' \Rightarrow \mathcal{TN} \equiv_i \mathcal{TN}';$$
$$\mathcal{TN} \equiv_{pr} \mathcal{TN}' \Rightarrow \mathcal{TN} \equiv_s \mathcal{TN}';$$
$$\mathcal{TN} \equiv_i \mathcal{TN}' \not\Rightarrow \mathcal{TN} \equiv_s \mathcal{TN}';$$
$$\mathcal{TN} \equiv_s \mathcal{TN}' \not\Rightarrow \mathcal{TN} \equiv_{pr} \mathcal{TN}'.$$

Заключение

В качестве дальнейшей работы планируется использовать разработанные в этой статье семантики для определения и изучения поведенческих эквивалентностей НВСП со слабой временной и различными пространственными стратегиями в дихотомии «линейное — ветвящееся время».

Список литературы

[1] *Boyer, M.* Comparison of the expressiveness of arc, place and transition time Petri nets / M. Boyer, O. H. Roux // International Conference on Application and Theory of Petri Nets / Eds. J. Kleijn, A. Yakovlev. — Berlin, Heidelberg : Springer, 2007. — P. 63–82.

[2] *Reynier, P. A.* Weak time Petri nets strike back! / P. A. Reynier, A. Sangnier // International Conference on Concurrency Theory / Eds. M. Bravetti, G. Zavattaro. — Berlin, Heidelberg : Springer, 2009. — P. 557–571.

[3] *Virbitskaite, I.* True concurrent equivalences in time Petri nets / I. Virbitskaite, D. Bushin, E. Best // Fundamenta Informaticae. — 2016. — Vol. 149, №4. — P. 401–418.

Библиографическая ссылка

Вирбицкайте, И. Б. Сравнение языков моделей сетей Петри со слабой временной стратегией / И. Б. Вирбицкайте, А. Ю. Зубарев // Всероссийская научная конференция «Математические основы информатики и информационно-коммуникационных систем». Сборник трудов. — Тверь : ТвГУ, 2021. — С. 125–131.
https://doi.org/10.26456/mfcsics-21-20

Сведения об авторах

1. Вирбицкайте Ирина Бонавентуровна
   Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН. Главный научный сотрудник

   Россия, 630090, Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, д. 6
   E-mail: virb@iis.nsk.su

2. Зубарев Алексей Юрьевич
   Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН. Аспирант

   Россия, 630090, Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, д. 6
   E-mail: auzubarev@gmail.com