

УДК 001.32, 004.43
AMS MSC2020: 01A60, 01A70

От дискретной математики к семантике языков программирования

Городняя Л. В.

Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН

Аннотация. Статья посвящена малоизвестной истории небольшого коллектива математиков, сложившегося в Новосибирске вокруг Б. А. Трахтенброта. Этот коллектив осуществил для отечественного программирования крайне важную работу по ознакомлению с мировыми достижениями на стыке теории и практики, включая выполнение переводов основополагающих работ в сфере анализа и компиляции языков программирования и развития математических моделей, лежащих в основе доказательного программирования, верификации программ и логического вывода свойств программ.

Ключевые слова: дискретная математика, конструктивная математика, аксиоматическая теория множеств, синтаксическое управление, аналогии, анализ языков программирования, граница автоматизации процессов, клиент-серверные системы, языковтворчество.

Памяти Михаила Иосифовича
Дехтяря посвящается¹

Немного истории

В начале 1970-х годов сотрудники лаборатории Б. А. Трахтенброта² из Института математики СО АН В. Н. Агафонов³, М. К. Валиев⁴, М. И. Дехтярь⁵ и В. Ю. Сазонов⁶ вели в стенах Вычислительного центра СО АН семинар, посвященный семантике языков программирования. Слушателями семинара были преимущественно сотрудники лабораторий А. П. Ершова и И. В. Поттосина, а также НФ ИТМиВТ⁷. На этом семинаре дотошно рассматривались самые новые зарубежные работы, переводы которых потом публиковались в самых лучших издаельствах [1, 3]. Качество переводов было выше всяких похвал — они читались так, будто сразу были написаны на русском языке, без тени стилистического влияния англоязычного оригинала [3]. Неспешный стиль, характерный для семинаров и лекций у математиков, не ставил задачи втиснуть доклад в заранее оговоренный регламент. Каждая тема рассматривалась без временных ограничений до достижения ясности в понимании идей и механизмов, при необходимости с переносом доклада на следующее заседание. Следует отдельно отметить уважительное отношение к практическому программированию [11]. Одной из сквозных тем было сопоставление

¹ Михаил Иосифович Дехтярь — лучший выпускник Механико-математического факультета НГУ 1969 года, сокурсник автора.

² Борис Авраамович Трахтенброт (1921–2016) — мировой авторитет в области теории автоматов, принял у автора устный вступительный экзамен в НГУ по математике [32].

³ Валерий Николаевич Агафонов дал автору ценный совет по унификации сигнатур семантических систем, к которым сводима семантика языков и систем программирования.

⁴ Марс Котдусович Валиев показал удивительные эффекты, присущие динамическим логикам [5, 6].

⁵ Михаил Иосифович Дехтярь создал дистанционные курсы по дискретной математике, получившие высокую оценку студентов ММФ НГУ.

⁶ Владимир Юрьевич Сазонов познакомил слушателей семинара с элегантностью кумулятивной иерархии множеств, по факту неявно присущей структурам данных многих языков программирования [28].

⁷ Новосибирский филиал Института точной механики и вычислительной техники АН СССР.

функционального и императивного программирования. В данной статье дан краткий обзор тематики семинара.

1. Базовые понятия

Тематическую основу семинара составляло изучение математических моделей, имеющих связь с программированием и в наши дни. Появилась книга Клини С. К. «Введение в метаматематику» [21], освещавшая основы конструктивной математики Л. Брауэра, позволяющая рассуждать о больших объектах без риска наткнуться на парадокс. Это послужило поводом рассмотреть разные варианты аксиоматических теорий множеств и моделей вычислений, включая кумулятивную иерархию, комбинаторы и упрощенную теорию множеств [47]. В центре внимания было различие в понимании механизмов определения, принадлежит ли элемент множеству. Многие варианты позднее можно было видеть в электронном курсе по проверке доказательств теорем у Патрика Суппеса [54].

Не менее основательно анализировалось понятие «функция» как механизм сопоставления одних элементов другим, результатов функции ее аргументам, что можно рассматривать как планарную проекцию решения задачи в виде отображения аргументов в результаты. Такой механизм давал возможность перехода к размеченному множеству для оперирования номерами, именами, адресами и ассоциациями, тем самым поддерживая переход к третьему измерению в процессе программирования решений задач — организации структур данных. Важно, что аппарат отображений способен эффективно поддержать использование подобий, аналогий, синтаксического управления, конструирования обработчиков регулярных структур данных произвольной природы, при условии сохранения гомоиконности между обрабатываемыми данными и программами их обработки [17]. Все это теперь называют мета-программированием, начало которого восходит к идеям языков Lisp и Рефал [33, 37, 48].

Уместно процитировать слова Пойа об аналогии: «Возможно, не существует открытый ни в элементарной, ни в высшей математике, ни даже, пожалуй, в любой другой области, которые могли бы быть сделаны . . . без аналогии» [29].

Организация вычислений с помощью функций обычно использует определенный порядок вычисления аргументов с последующим

применением конкретной функции. Появляется место для упорядоченных элементов данных — последовательности, вектора, стеки, строки. Возникает общая модель формулы как упорядоченного множества символов для представления значений, функций и выражений над ними с помощью данных, устроенных как конструкции из символов. Это позволяет выполнять символические подстановки для преобразования любых формул — символьные вычисления.

Конечно, обсуждались новые результаты Д. Скотта⁸, предложившего модель решеток в дискретном пространстве, позволяющую распространить на них технику предельных переходов, похожую на стремление к пределам в непрерывной математике [50–53]. Тем самым завершилась активная критика идей Джона Маккарти, реализованных в языке Lisp [48]. Определенное внимание было уделено λ -исчислению А. Черча [41], теории комбинаторов Х. Карри [19], продукциям Э. Поста [36] и теории категорий в изложении С. Фефермана [44].

В этом пространстве понятие «процесс» выглядит как последовательность получения результатов применения функций к предварительно определенным данным, а данное — это представление значений, множеств, функций. И программа — данное, представляющее процесс вычислений, что можно рассматривать как свертку процесса управления вычислениями. Объединяя в одно множество данных представления аргументов и результатов с функциями и формулами, получаем более сложную высоко уровневую планарную проекцию программируемых решений задач и подзадач в виде именованного отображения аргументов в результаты, допускающие массовое применение мета-программирования и синтаксически ориентированных методов конструирования.

И снова вспомним Пойя: «Недостаточно лишь понять задачу, необходимо желание решить ее. Без сильного желания решить трудную задачу невозможно, но при наличии такого возможно. Где есть желание, найдется путь!» [29]

⁸Д. Скотт является почетным профессором ММФ НГУ.

2. Расширенные понятия

Тогда, как и сейчас, при оценке потенциала языков программирования традиционно большое значение придавали полноте по Тьюрингу [4, 34, 35]. Появилось немало работ, показывающих, что для такой полноты не требуется особо сложных средств. Так макрогенератор JPM, предложенный Стрейчи [4], обеспечивает полноту простым механизмом именованных определением функций над текстами в общей памяти. Определения новых языков программирования в те годы было принято начинать с объявления специальных расширенных форм Бэкуса–Наура, приспособленных к описанию именно определяемого языка и гарантирующего корректность и эффективность анализа текстов программ. Интересным было знакомство с языком Рефал, весьма своеобразно конструирующими обработчики синтаксических формул — начало мета-программирования [33]. По мотивам языка BLISS [55] сотрудниками НФ ИТМиВТ был создан язык системного программирования ЯРМО, успешно применявшийся в проектах разработки программного обеспечения МВК Эльбрус [8, 9]. Разработчики языка ЯРМО были активными участниками семинара.

На этом уровне основной объем научных обсуждений был сконцентрирован на грамматиках и методах анализа языков программирования с учетом проблем спецификации и верификация программ. В. Н. Агафонов лично побеседовал с участниками практически всех коллективов, занимающихся разработкой систем программирования, включая реализацию одного из самых сложных языков Algol-68 [27, 31], что позволило ему представить исчерпывающее полный обзор практических решений, находок и изобретений в этой сфере.

Контекстно-свободный синтаксис подвергался нагрузке контекстно-зависимой семантикой разными методами [17, 22, 26]. Наиболее практическими оказались идеи нормализованных и канонических форм синтаксиса, с которыми связаны ассоциированные автоматы генерации и анализа текстов [46]. Они быстро обрели инструментальную поддержку программными системами LEX и YACC, теперь унаследованными комплексом Clang-LLVM. Особенности представления семантики наиболее ясно выражены в работах по абстрактным машинам и в Венской методике определения языков программирования, сводящей семантику к паре промежуточных языков уровня абстрактного синтаксиса и абстрактной машине [43].

Каждая синтаксическая позиция обычно связана с семейством подъязыков, включающих вхождение элемента из этой позиции, возможно требующего отдельного механизма. Цепочка из соседних понятий связана с пересечением этих подъязыков или с вхождениями подъязыка в общий язык. Полная цепочка текстов, принадлежащих языку, может сводиться к пределу таких пересечений и объединений, возможно пустому. Удобно, когда предел является одноэлементным, но это не может быть гарантировано.

Математики до сих пор нередко отмечают бестеоремность научных работ по программированию. Тем не менее, значительная «теоремность» складывалась в программировании независимо от коньюнктурных проблем исключительно для нужд решения внутренних задач системного программирования: в методах разработки информационных систем, в оптимизации программ и в линии доказательного программирования [20], затем в методах спецификации, верификации и анализа надежности сложных систем [25, 49], включая автоматическую проверку доказательств теорем. Последнее не обрело популярности у математиков, возможно по той причине, что обнаружилось много неточностей в доказательствах, рассматриваемых математиками как корректные.

Как-то ускользнуло от внимания в те годы, что вся работа системного программиста пронизана доказательными построениями, подобными доказательствам теорем в математике. Любая программная система основана на определенной скрытой интуитивной теории. При проектировании и описании системы ее разработчик обычно формулирует высказывания, имеющие ранг теорем и выстраивает доказательные построения, показывающие справедливость таких теорем. В отличие от математических теорем, такие высказывания не обладают общезначимостью и не представляют интереса для развития математики. Для каждой программной системы их необходимо доказывать заново, подобно тому, как теоремы классической математики пришлось отдельно доказывать в конструктивной математике. Если доказано утверждение, что «В системе «A» любое хранимое данное можно представить с помощью символьных строк и эти строки выводить на экран или в файл», то для системы «B» его надлежит доказывать заново. Таких «теорем» и их доказательств при разработке любой нетривиальной программной системы неявно формулируется и незаметно доказывается несколько десятков. Такая,

узко прикладная, чисто математическая работа, требует владения техникой доказательств, которая по недоразумению считается для образования программистов не очень важной.

Примерно в эти годы идет внедрение ЕС ЭВМ, ориентированное отчасти на разработку производственных автоматизированных систем управления (АСУ). Обучать первокурсников специфике баз данных для АСУ в 1970-е было слишком долго — результат через 5 лет. Было организовано 2-годичное обучение околодомпьютерного персонала с незаконченным высшим образованием и опытом работы на ЭВМ, по специальным программам, ориентированным на эксплуатацию ЕС и разработку АСУ.

Интересным оказалось ознакомление с языком СУБД SQL [10]. Следует отметить, что среди разработчиков систем программирования считалось аксиомой, что выиграть скорость вычислений можно лишь смирившись с потерями памяти и, наоборот, — экономия памяти влечет неизбежную потерю скорости. Оказалось, что в мире баз данных изобретены подходы, дающие выигрыш по этим направлениям одновременно. Принципиальная разница заключается в границе автоматизации процесса принятия решений. Для систем программирования принято, что решения по оптимизации программ принимает компилятор на основе статического анализа программ. Для СУБД характерно, что решения относительно доступа к данным принимает пользователь в терминах нормализованных форм, допускающих выигрыш в скорости и памяти одновременно.

3. Парадигмы программирования и новые языки программирования

По мере расширения сферы применения вычислительной техники проявились неожиданные проблемы и возникли новые языки программирования и анализируются популярные (APL, Pascal, Setl, Simula-67, Snobol, Planner, Ada), поддерживающие разные парадигмы программирования [2, 7, 12–14, 18, 23, 24, 27, 28, 33, 37, 48, 55]. Роль такого разнообразия выражена в Тыринговских лекциях Р. Флойда и Дж. Бэкуса [42, 45]. Становится ясным, что проблемы программирования и практические методы их решения не вполне удобно вписываются в пространство моделей классической математики. Возникает широкий спектр исследований по взаимодействию программ с внешним

миром, анализу и формализации постановок задач, представлению методов их решения и спецификация требований к качеству реализации решений. Далее идет исследование методов производства программ, техники программирования, разработки, реализации и отладки программ решения разных задач с удостоверением достаточного соответствия между программой, требованиями и постановкой задачи. Активно исследуется системное программирование, включая внутренние задачи повышения производительности труда, создания и совершенствования инструментария, операционных систем, языков и систем программирования, средств поддержки программистских проектов и т. п. Несколько в стороне остается формирование пользовательской потребности в средствах, системах, информационных технологиях, расширяющих круг решаемых задач, решение которых требует профессионального программирования.

После отъезда Б. А. Трахтенброта в декабре 1980 г. его сотрудники покинули Новосибирск. Их деятельность в Москве и Твери обрела более производственный характер, преимущественно связанный с разработкой и применением баз данных. Сохраняя бесспорную теоремность ранее выполненных исследований, они продолжили совместную работу и на уровне публикаций, сдвинув центр внимания с семантики языков программирования на проблемы БД и мультиагентных систем. Теоремная линия переключилась на исследование проблем организации клиент-серверных систем в Интернете. Многие результаты в этом направлении констатируют математическую неразрешимость практических задач клиент-серверной обработки данных.

В 2004 году появился Интернет-Университет Информационных технологий, для которого М. И. Дехтярь создал дистанционные курсы по математике, лежащей в основах программирования [15, 16]. Эти курсы получили высокую оценку студентов ММФ НГУ. Краткий начальный курс «Введение в схемы, автоматы и алгоритмы» знакомит с такими дискретными структурами как схемы, конечные автоматы и алгоритмы. В аннотации⁹ курса отмечено, что изучаются

⁹ Аннотации приведены полностью сознательно, чтобы привлечь внимание к ресурсам Интернет-Университета Информационных Технологий, располагающим 123 курсами по программированию и программному обеспечению и 76 по математике: <http://www.intuit.ru>

«специальные классы ориентированных графов без циклов: логическими схемами (схемами из функциональных элементов) и упорядоченными бинарными диаграммами решений. Рассмотрены основы теории конечных автоматов: конечные автоматы-преобразователи и -распознаватели, детерминированные автоматы и языки, недетерминированные автоматы и их детерминизация, регулярные выражения и языки, синтез конечного автомата по регулярному выражению, замкнутость класса автоматных языков относительно разных операций, теорема о разрастании для автоматных языков, примеры неавтоматных языков. Даётся краткое введение в теорию алгоритмов, сравниваются три формальных модели описания алгоритмов: структурированные программы, частично рекурсивные функции и машины Тьюринга, формулируется тезис Тьюринга – Черча и устанавливается алгоритмическая неразрешимость ряда проблем, относящихся к свойствам структурированных программ. Решение большинства рассматриваемых в курсе проблем доведено до уровня алгоритмических процедур и проиллюстрировано на примерах. Каждая лекция завершается разделом с задачами и упражнениями, позволяющими закрепить пройденный материал» [15].

Начальный курс «Основы дискретной математики» знакомит с математическими моделями и дискретными структурами, необходимыми для изучения основных методов программирования в терминах множествах, комбинаторики и математической индукции. В аннотации отмечено, что в курсе «рассмотрен самый простой и важный класс дискретных функций — булевы функции: их различные представления, связь с логикой высказываний, основные логические тождества («законы логики»), дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы и многочлены Жегалкина, полные системы функций (теорема Поста), задача выводимости для Хорновских формул. Даны краткое введение в логику предикатов и устанавливаются связи между ней и реляционными базами данных, введение в теорию графов, включающее представления графов, граф достичимости, компоненты сильной связности и базы ориентированного графа, деревья, их обходы, связь деревьев и формул (выражений), три классические задачи теории графов: построение минимального остова, обход графа в глубину (задачу о лабиринте) и задачу о кратчайших путях. Решение большинства рассматриваемых в курсе проблем доведено до уровня алгоритмических процедур

и проиллюстрировано на примерах. Каждая лекция завершается разделом с задачами и упражнениями, позволяющими закрепить пройденный материал» [16].

Наши дни

Яркий интеллектуальный взлет пионерской эпохи программирования несколько растворился на фоне стремительного расширения сфер применения информационно-компьютерных технологий и превращения программирования в массовую профессию. Не получили практического решения образовательные проблемы программирования и вопросы удостоверения разумности программируемых решений. Преимущественные направления деятельности свелись к композиции кодирования, интерфейсов и готовых библиотечных модулей. Даже ведущие фирмы-изготовители компьютеров и новых чипов теперь испытывают трудности в поиске специалистов, способных к приаппаратному программированию и изобретению решений новых задач. Справедливо ради следует отметить, что последние десятилетия характеризуются интенсивным языковоизобретательством в сфере проблемно ориентированных (DSL) языков программирования, что можно рассматривать как переход от обычного программирования к мета-программированию. Тем не менее, переход от моделей дискретной математики к практическим моделям семантики языков программирования до сих пор не завершен [38–40].

Список литературы

- [1] Агафонов, В. Н. Спецификация программ: понятийные средства и их организация. — Новосибирск : Наука, 1987. — 240 с.
- [2] Айлиф, Дж. Принципы построения базовой машины. — М. : Мир, 1973. — 119 с.
- [3] Ахо А. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции : в 2 томах / А.Ахо, Дж.Ульман ; пер. с англ. В.Н.Агафонова под ред. В.М.Курочкина. — М. : Мир, 1978. — 2т. — URL: <http://rema44.ru/resurs/study/compiler1/present/Comp1-L01.pdf>

- [4] *Браун, П.* Макропроцессоры и мобильность программного обеспечения. — М. : Мир, 1977. — 253 с.
- [5] *Валиев, М. К.* О пропозициональных программных логиках // Вопросы кибернетики. Неклассические логики и их применение. — М. : Наука, 1982. — С. 23–36.
- [6] *Валиев, М. К.* Организация параллельных вычислений на системе с локальными взаимодействиями элементов / М. К. Валиев, А. И. Мишин // Автометрия. — 1983. — №6. — С. 88–96.
- [7] *Вегнер, П.* Программирование на языке Ада. — М. : Мир, 1983. — 239 с.
- [8] *Гололобов В.И.* Описание языка ЯРМО. Машинно-независимое ядро / В. И. Гололобов, Б. Г. Чеблаков, Г. Д. Чинин. — Новосибирск, 1980. — (Препринт / ВЦ СО АН СССР; №247).
- [9] *Гололобов В.И.* Описание языка ЯРМО. Макросредства / В. И. Гололобов, Б. Г. Чеблаков, Г. Д. Чинин. — Новосибирск, 1980. — (Препринт / ВЦ СО АН СССР; №248).
- [10] *Грабер, М.* Введение в SQL. — М. : Лори, 1996. — 377 с.
- [11] *Грис Д.* Наука программирования. — М. : Мир, 1984. — 416 с.
- [12] *Грисуолд, Р.* Язык программирования Снобол-4 / Р. Грисуолд, Дж. Прудж, И. Полонски. — М. : Мир, 1980. — 268 с.
- [13] *Грогоно, П.* Программирование на языке Паскаль. — М. : Мир, 1982. — 382 с.
- [14] *Дал, У.* Симула-67 универсальный язык программирования / У. Дал, Б. Мюрхауг, К. Нюгорд. — М. : Мир, 1969. — 99 с.
- [15] *Дехтярь, М. И.* Основы дискретной математики. — URL: <https://intuit.ru/studies/courses/1084/192/info>. — Загл. с титул. экрана.
- [16] *Дехтярь, М. И.* Введение в схемы, автоматы и алгоритмы. — URL: <https://intuit.ru/studies/courses/1030/205/info>. — Загл. с титул. экрана.
- [17] *Ингерман, П.* Синтаксически ориентированный транслятор. — М. : Мир, 1969. — 174 с.
- [18] *Йодан, Э.* Структурное проектирование и конструирование программ. — М. : Мир, 1979. — 409 с.

-
- [19] *Kappi, X. B.* Основания математической логики ; пер. с англ. — М. : Мир, 1969. — 568 с.
 - [20] *Касьянов, В. Н.* Сборник заданий по практикуму на ЭВМ / В. Н. Касьянов, В. К. Сабельфель. — М. : Наука, 1986. — 271 с.
 - [21] *Клини, С. К.* Введение в метаматематику ; пер. с англ. — М. : Иностранныя литература, 1957. — 526 с.
 - [22] *Лавров, С. С.* Методы задания семантики языков программирования // Программирование. — 1978. — №6. — С. 3–10.
 - [23] *Лавров, С. С.* Универсальный язык программирования. — М. : Наука, 1972. — 183 с.
 - [24] *Магариу, Н. А.* Язык программирования АПЛ. — М. : Радио и связь, 1983. — 96 с.
 - [25] *Непомнящий, В. А.* Надежность оборудования электрических сетей 220–750 кВ энергосистем / В. А. Непомнящий, Л. А. Дарьян. — Москва : Энергопрогресс : Энергетик, 2018. — 123 с.
 - [26] *Оллонгрен, А.* Определение языков программирования интерпретирующими автоматами. — М. : Мир, 1977. — 288 с.
 - [27] Пересмотренное сообщение об АЛГОЛЕ 68 / Под ред. А. П. Ершова. — М. : Мир, 1979. — 534 с.
 - [28] *Пильщиков, В. Н.* Язык Плэнер. — М. : Наука, 1983. — 207 с.
 - [29] *Пойа, Дж.* Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. — М. : Наука, 1976. — 448 с.
 - [30] *Сazonов, В. Ю.* Последовательно и параллельно вычислимые функционалы // Сибирский математический журнал. — 1976. — Т. 17, №. 3. — С. 648–672.
 - [31] *Терехов, А. Н.* Язык синтеза объектной программы с учетом последующего контекста /А. Н. Терехов, Г. С. Цейтин // Труды всесоюзного симпозиума по методам реализации новых алгоритмических языков. — Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1975. — С. 227–236.
 - [32] *Трахтенброт, Б. А.* Алгоритмы и вычислительные автоматы. — М. : Советское радио, 1974. — 200 с.

- [33] *Турчин, В. Ф.* РЕФАЛ-5. Руководство по программированию и справочник. — URL: http://refal.net/rf5_frm.htm. — Загл. с титул. экрана.
- [34] *Тьюринг, А.* Может ли машина мыслить? (С приложением *статьи* Дж. фон Неймана Общая и логическая теория автоматов. Пер. и примечания Ю. В. Данилова). — М. : ГИФМЛ, 1960. — 68 с.
- [35] *Тьюринг, А.* Теория игр и экономическое поведение / А. Тьюринг, Дж. Нейман, О. Моргенштерн. — М. : Наука, 1970. — 983 с.
- [36] *Успенский, В. А.* Машина Поста. — 2-е изд., испр. — М. : Наука, 1988. — 96 с.
- [37] Физики шутят / Сост.-пер. Ю. Конобеев, В. Павлинчук, Н. Работнов, В. Турчин ; под общей ред. В. Турчина. — М. : Мир, 1966. — 162 с.
- [38] *Хигман, Б.* Сравнительное изучение ЯП. — М. : Мир, 1974. — 204 с.
- [39] *Хоар, Ч.* Взаимодействующие последовательные процессы. — М. : Мир, 1989. — 264 с.
- [40] *Цейтин, Г. С.* Ассоциативное исчисление с неразрешимой проблемой эквивалентности // Проблемы конструктивного направления в математике. Тр. МИАН СССР. — 1958. — Т. 52. — С. 172–189.
- [41] *Черч, А.* Введение в математическую логику : в 2 томах. Т. 1. / Пер. с англ. В. С. Черняевского под ред. В. А. Успенского. — М. : Издательство иностранной литературы, 1960. — 484 с.
- [42] *Backus, J.* Can programming be liberated from the von Neumann style? A functional stile and its algebra of programs // Communications of the ACM. — 1978. — Vol. 21, №8. — P. 613–641.
- [43] The Vienna Development Method: The Meta-Language. LNCS'61 / Eds. D. Bjørner, C. B. Jones. — Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 1978. — 384 p.
- [44] *Feferman, S.* Categorical Foundations and Foundations of Category Theory // Logic, Foundations of Mathematics, and Computability Theory. The University of Western Ontario Series in Philosophy

- of Science, vol 9. / Eds. R. E. Butts, J. Hintikka. — Dordrecht : Springer, 1977. — P. 149–169.
- [45] *Floyd, R. W.* The paradigms of programming // Communications of the ACM. — 1979. — Vol. 22, №8. — P. 455–460.
- [46] *Greibach, S. A.* New Normal-Form Theorem for Context-Free Phrase Structure Grammars // Journal of the ACM. — 1965. — Vol. 12, №1. — P. 42–52.
- [47] *Henner, C. R.* A Simple Set Theory for Computer Science. — Toronto, 1979. — 12 p. — (Tech. Rep. / №102.)
- [48] LISP 1.5 Programming Manual / J. McCarthy, P. W. Abrahams, D. J. Edwards [et al.] — Cambridge : The MIT Press, 1963. — 106 p.
- [49] *Schwartz, J. T.*. Set Theory as a Language for Program Specification and Programming. — New York, N. Y.: Courant Institute of Mathematical Sciences, 1970. — 97 p.¹⁰
- [50] *Scott, D.* Advice on Modal Logic // Philosophical Problems in Logic, vol 29. / Ed. K. Lambert. — Dordrecht : Springer, 1970. — P. 143–173. (Русский перевод: Скотт, Д. С. Советы по модальной логике // Семантика модальных и интенсиональных логик / Под ред. д.ф.н. В. А. Смирнова. — М. : Прогресс, 1981. — С. 280–317.)
- [51] *Scott, D. S.* Towards a mathematical semantics for computer languages / D. S. Scott, C. Strachey // Proceedings of the Symposium on Computers and Automata / Ed. J. Fox. — Brooklyn, N.Y. : Polytechnic Press, 1971. — Vol. 21. — P. 19–46.
- [52] *Scott, D. S.* Logic and programming languages // Communications of the ACM. — 1977. — Vol. 20, №9. — P. 634–641. (Русский перевод: Скотт, Д. С. Логика и языки программирования. — Лекции лауреатов премии Тьюринга / Под ред. Р. Эшленхерста. — М. : Мир, 1993. — С. 65–83.)
- [53] *Scott, D. S.* Relating theories of the lambda calculus // To H. B. Curry: Essays on combinatory logic, lambda calculus and

¹⁰Данфорд, Н. Линейные операторы : в 3 томах. / Н. Данфорд, Дж. Шварц. Т. 1 : Общая теория. — М. : ИЛ, 1962. — 896 с.
Т. 2 : Спектральная теория. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. — М. : Мир, 1966. — 1062 с.
Т. 3 : Спектральные операторы. — М. : Мир, 1974. — 662 с.

- formalism / Eds. J. P. Hindley, J. R. Seldin. — N. Y. & L.: Academic Press, 1980. — P. 403–450.
- [54] Suppes, P. Axiomatic Set Theory. — New York, N. Y. : Dover Publications, Inc., 1972. — 267 p.
- [55] Wulf, W. A. BLISS: A Language for Systems Programming / W. A. Wulf, D. B. Russel, A. N. Habermann // Communications of the ACM. — 1971. — Vol. 14, № 12. — P. 780–790.

Библиографическая ссылка

Городняя, Л. В. От дискретной математики к семантике языков программирования // Всероссийская научная конференция «Математические основы информатики и информационно-коммуникационных систем». Сборник трудов. — Тверь : ТвГУ, 2021. — С. 141–155.
<https://doi.org/10.26456/mfcsics-21-22>

Сведения об авторах

Лидия Васильевна Городняя

Институт систем информатики им. А. П. Ершова СО РАН. Старший научный сотрудник

Россия, 630090, Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6
E-mail: lidvas@gmail.com