

КЛАССИКА И СОВРЕМЕННОСТЬ

И.М. Гельфанд

Д.А. Райков

Г.Е. Шилов

КОММУТАТИВНЫЕ
НОРМИРОВАННЫЕ
КОЛЬЦА



УДК 512.3
ББК 22.144
151-11253

КЛАССИКА И СОВРЕМЕННОСТЬ

МАТЕМАТИКА

И.М. Гельфанд

Д.А. Райков

Г.Е. Шилов

ЧАСТЬ I

КОММУТАТИВНЫЕ
НОРМИРОВАННЫЕ
КОЛЬЦА



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2011

Тверской государственный университет



Научная библиотека 00294151

Фз

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
-----------------------	---

ЧАСТЬ I

Глава 1. Общая теория коммутативных нормированных колец . . .	8
§ 1. Понятие нормированного кольца	8
§ 2. Максимальные идеалы	13
§ 3. Абстрактные аналитические функции	20
§ 4. Функции на максимальных идеалах. Радикал кольца	22
§ 5. Пространство максимальных идеалов	29
§ 6. Аналитические функции от элемента кольца	37
§ 7. Кольцо \widehat{R} функций $x(M)$	41
§ 8. Кольца с инволюцией	46
Глава 2. Общая теория коммутативных нормированных колец (продолжение)	55
§ 9. Связь между алгебраическим и топологическим изоморфизмами . .	55
§ 10. Обобщенные делители нуля	57
§ 11. Граница пространства максимальных идеалов	61
§ 12. Расширение максимальных идеалов	65
§ 13. Локально аналитические операции над несколькими элементами кольца	68
§ 14. Разложение нормированного кольца в прямую сумму идеалов	81
§ 15. Нормированное пространство, сопряженное к нормированному кольцу	83

ЧАСТЬ II

Глава 3. Кольца абсолютно интегрируемых функций и их дискретные аналоги	86
§ 16. Кольцо V абсолютно интегрируемых функций на прямой	86
§ 17. Максимальные идеалы колец V и V_+	91
§ 18. Кольца абсолютно интегрируемых функций с весом.	98
§ 19. Дискретные аналоги колец абсолютно интегрируемых функций.	101
Глава 4. Гармонический анализ на коммутативных локально бикompактных группах	106
§ 20. Групповое кольцо коммутативной локально бикompактной группы	108
§ 21. Максимальные идеалы группового кольца и характеры группы	114
§ 22. Теорема единственности для преобразования Фурье и достаточность множества характеров	120
§ 23. Группа характеров	125
§ 24. Инвариантный интеграл на группе характеров	129
§ 25. Формулы обращения для преобразования Фурье	135
§ 26. Понтрягинский закон двойственности	140
§ 27. Положительно определенные функции.	142
Глава 5. Кольцо функций с ограниченным изменением на прямой	147
§ 28. Функции с ограниченным изменением на прямой	147
§ 29. Кольцо функций скачков.	149
§ 30. Абсолютно непрерывные и дискретные максимальные идеалы кольца $V^{(b)}$	157
§ 31. Сингулярные максимальные идеалы кольца $V^{(b)}$	161
§ 32. Совершенные множества с линейно независимыми точками. Несимметричность кольца $V^{(b)}$	169
§ 33. Общий вид максимальных идеалов кольца $V^{(b)}$	173

ЧАСТЬ III

Глава 6. Регулярные кольца	177
§ 34. Определения, примеры и простейшие свойства	177
§ 35. Локальная теорема.	181
§ 36. Наименьшие идеалы.	183

§ 37. Примарные идеалы.	185
§ 38. Локально изоморфные кольца	187
§ 39. Связь между кольцами вычетов двух вложенных одно в другое колец функций	189
§ 40. Тауберова теорема Винера.	191
§ 41. Примарные идеалы в однородных кольцах функций.	193
§ 42. Замечания о любых замкнутых идеалах. Пример Л. Шварца.	197
Глава 7. Кольца с равномерной сходимостью	200
§ 43. Симметричные подкольца кольца $C(S)$ и бикомпактные расшире- ния пространства S	200
§ 44. Вопрос о произвольных замкнутых подкольцах кольца $C(S)$	204
§ 45. Идеалы в кольцах с равномерной сходимостью	211
Историко-литературные указания	217
Цитированная литература	219
Приложение. И.М. Гельфанд и М.А. Наймарк. Нормированные кольца с инволюцией и их представления	223
Литература.	257