

# Оглавление

## Предварение

Глава 0. Вводные замечания . . . . .	9
§ 0.1. Предисловие редактора . . . . .	9
§ 0.2. Кем сделаны труды «Семинара по суперсимметриям» . . . . .	17
§ 0.3. Благодарности . . . . .	18
§ 0.4. Обозначения . . . . .	20
§ 0.5. Представимые функторы — язык суперсимметрий . . . . .	23
Литература . . . . .	30

## Алгебра и анализ на супермногообразиях

Глава 1. Линейная алгебра в суперпространствах . . . . .	35
§ 1.1. Линейные, или векторные, суперпространства . . . . .	37
§ 1.2. Модули над суперкоммутативными супералгебрами . . . . .	44
§ 1.3. Свободные модули . . . . .	50
§ 1.4. Суперматрицы . . . . .	52
§ 1.5. Билинейные формы. Ортосимплектические и периплектические группы . . . . .	59
§ 1.6. Супералгебры Ли. Дифференцирование супералгебр . . . . .	64
§ 1.7. Суперслед и супердетерминант (березиниан) . . . . .	71
§ 1.8. Странная супералгебра $Q(n)$ , странный след и странный детерминант . . . . .	78
§ 1.9. Тензоры в линейной супералгебре . . . . .	86
§ 1.10. Дифференциальные градуированные супералгебры (DGA) . . . . .	93
§ 1.11. Вещественные структуры . . . . .	97
§ 1.12. Примеры вещественных структур . . . . .	103
§ 1.13. Лемма Шура. Неприводимые представления типов $G$ и $Q$ . . . . .	106
Литература . . . . .	109
Глава 2. Аффинная алгебраическая геометрия над суперкоммутативными супералгебрами . . . . .	110
§ 2.1. Уравнения и идеалы . . . . .	113
§ 2.2. Функции на спектрах и топология Зарисского . . . . .	120
§ 2.3. Аффинные суперсхемы . . . . .	124
§ 2.4. О скрытой суперсимметрии каждого дифференциального уравнения на многообразии . . . . .	131
§ 2.5. Окольцованные и суперокольцованные пространства. Суперсхемы . . . . .	132
§ 2.6. Проблема . . . . .	135
Литература . . . . .	136

Глава 3. Анализ на суперобластях . . . . .	138
§ 3.1. Линейные супермногообразия. Суперобласти . . . . .	138
§ 3.2. Векторные и ковекторные поля . . . . .	146
§ 3.3. Ряд Тейлора и формула Тейлора . . . . .	150
§ 3.4. Теоремы об обратной и неявной функциях . . . . .	152
§ 3.5. Дифференциальные и псевдодифференциальные формы . . . . .	155
§ 3.6. Формы объема . . . . .	161
§ 3.7. Интегральные и псевдоинтегральные формы. Поливекторные поля . . . . .	162
Литература . . . . .	167
Глава 4. Супермногообразия . . . . .	168
§ 4.0. Пучки и (супер)окольцованные пространства . . . . .	168
§ 4.1. Определение супермногообразий . . . . .	170
§ 4.2. Подсупермногообразия . . . . .	175
§ 4.3. Семейства . . . . .	181
§ 4.4. Язык точек . . . . .	188
§ 4.5. Супергруппы Ли, супералгебры Ли и однородные суперпространства . . . . .	192
Литература . . . . .	207
Глава 5. Векторные поля и дифференциальные уравнения . . . . .	208
§ 5.1. Нормальные формы векторных полей . . . . .	211
§ 5.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения . . . . .	218
§ 5.3. Как решать дифференциальные уравнения . . . . .	230
§ 5.4. Производная Ли. Первообразная функции . . . . .	242
Литература . . . . .	251
Глава 6. Интегрирование . . . . .	252
§ 6.1. Ориентации на супермногообразиях . . . . .	254
§ 6.2. Березинское интегрирование форм объема с компактным носителем . . . . .	264
§ 6.3. Интегрирование по компактам. Цепи . . . . .	272
§ 6.4. Плотности . . . . .	286
§ 6.5. Супераналоги дифференциальных форм . . . . .	296
§ 6.6. Регулярные плотности . . . . .	311
§ 6.7. Комментарии . . . . .	331
Литература . . . . .	337
Глава 7. Градуированные алгебры и группы Брауэра (по М. Финкельбергу) . . . . .	338
§ 7.1. Введение . . . . .	338
§ 7.2. Общие факты . . . . .	343
§ 7.3. Структура полупростых алгебр . . . . .	346
§ 7.4. Структура простых $G$ -алгебр . . . . .	351
§ 7.5. $G$ -тензорные произведения и $G$ -группа Брауэра . . . . .	353
§ 7.6. Суперслучай . . . . .	357

§ 7.7. Примеры вычислений групп $WBr(k)$ , $Wall(k)$ и $Witt(k)$ . . . . .	363
§ 7.8. Несколько вопросов редактора . . . . .	366
Литература . . . . .	368
<b>Дополнения . . . . .</b>	<b>369</b>
§ Д.1. Описание автоморфизмов алгебры Грассмана . . . . .	369
§ Д.2. Определения для полей произвольной характеристики . . . . .	379
§ Д.3. Существует ли цветная (анти)коммутативность или лиевость? (В. Молотков по Е. Неклюдовой и М. Шейнерту) . . . . .	384
§ Д.4. Геометрическая интерпретация модуля $Vol(M)$ . . . . .	396
§ Д.5. Супералгебры Клиффорда—Вейля и спинорные супергруппы . . . . .	397
Литература . . . . .	401
Предметный указатель . . . . .	402