

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

М.С. Красс, Б.П. Чурьнов

**МАТЕМАТИКА
ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО
БАКАЛАВРИАТА**

У Ч Е Б Н И К



ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

серия основана в 1996 г.



М.С. КРАСС, Б.П. ЧУПРЫНОВ

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО БАКАЛАВРИАТА

УЧЕБНИК

*Рекомендовано УМО по образованию
в области финансов, учета и мировой экономики
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по направлению «Экономика»*

Москва
ИНФРА-М
2011

И-13

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Раздел I	
ОСНОВЫ МАТЕМАТИКИ	
Часть 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	7
Глава 1. МНОЖЕСТВА	7
1.1. Множества. Основные обозначения. Операции над множествами	7
1.2. Вещественные числа и их свойства	9
1.3. Числовая прямая (числовая ось) и множества на ней	11
1.4. Комплексные числа	12
1.5. Абсолютная величина числа	17
<i>Упражнения</i>	18
Глава 2. ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	18
2.1. Числовые последовательности	18
2.2. Применение в экономике	23
<i>Упражнения</i>	25
Глава 3. ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	26
3.1. Понятие функции	26
3.2. Предел функции	31
3.3. Теоремы о пределах функций	33
3.4. Два замечательных предела	34
3.5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции	36
3.6. Понятие непрерывности функции	37
3.7. Непрерывность элементарных функций	38
3.8. Понятие сложной функции	40
3.9. Элементы аналитической геометрии на плоскости	41
<i>Упражнения</i>	45
Глава 4. ОСНОВЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ	46
4.1. Понятие производной. Определение производной	46
4.2. Понятие дифференциала функции	49
4.3. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного	51
4.4. Таблица производных простейших элементарных функций	51
4.5. Дифференцирование сложной функции	52
4.6. Понятие производной n -го порядка	53
<i>Упражнения</i>	54
Глава 5. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ В ИССЛЕДОВАНИИ ФУНКЦИЙ	56
5.1. Раскрытие неопределенностей	56
5.2. Формула Маклорена	58
5.3. Исследование функций и построение графиков	61
5.4. Применение в экономике	69
<i>Упражнения</i>	74

Глава 6.	НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ	75
6.1.	Первообразная и неопределенный интеграл	75
6.2.	Основные свойства неопределенного интеграла	77
6.3.	Таблица основных неопределенных интегралов	77
6.4.	Основные методы интегрирования	79
	<i>Упражнения</i>	84
Глава 7.	ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ	85
7.1.	Условия существования определенного интеграла	85
7.2.	Основные свойства определенного интеграла	86
7.3.	Основная формула интегрального исчисления	88
7.4.	Основные правила интегрирования	89
7.5.	Геометрические приложения определенного интеграла	91
7.6.	Некоторые приложения в экономике	94
7.7.	Несобственные интегралы	97
	<i>Упражнения</i>	101
Глава 8.	ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ	102
8.1.	Евклидово пространство E^m	102
8.2.	Множества точек евклидова пространства E^m	103
8.3.	Частные производные функции нескольких переменных	107
8.4.	Локальный экстремум функции нескольких переменных	111
8.5.	Применение в задачах экономики	113
	<i>Упражнения</i>	118
Часть 2.	ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ	120
Глава 9.	ВЕКТОРЫ	120
9.1.	Векторное пространство	120
9.2.	Линейная зависимость векторов	122
9.3.	Разложение вектора по базису	124
	<i>Упражнения</i>	127
Глава 10.	МАТРИЦЫ	128
10.1.	Матрицы и операции над ними	128
10.2.	Обратная матрица	136
10.3.	Линейные операторы	136
10.4.	Квадратичные формы	139
	<i>Упражнения</i>	141
Глава 11.	ОПРЕДЕЛИТЕЛИ	142
11.1.	Операции над определителями и основные свойства	142
11.2.	Ранг матрицы и системы векторов	146
11.3.	Критерий знакоопределенности квадратичной формы	148
	<i>Упражнения</i>	150
Глава 12.	СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	151
12.1.	Основные понятия	151
12.2.	Методы решения систем линейных уравнений	153
12.3.	Вычисление обратной матрицы методом Гаусса	162

12.4.	Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений	163
12.5.	Однородные системы линейных уравнений	164
	<i>Упражнения</i>	168
Глава 13.	ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ В ЭКОНОМИКЕ	170
13.1.	Использование алгебры матриц	170
13.2.	Модель Леонтьева многоотраслевой экономики	176
13.3.	Линейная модель торговли	182
	<i>Упражнения</i>	184
Часть 3.	ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	186
Глава 14.	ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	186
14.1.	Основные понятия теории вероятностей	186
14.2.	Теорема сложения вероятностей	189
14.3.	Теорема умножения вероятностей	191
14.4.	Обобщения теорем сложения и умножения	194
14.5.	Схема независимых испытаний	199
	<i>Упражнения</i>	204
Глава 15.	СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ	206
15.1.	Случайные величины и законы их распределения	206
15.2.	Числовые характеристики дискретных случайных величин	210
15.3.	Система двух случайных величин	217
15.4.	Непрерывные случайные величины	222
15.5.	Основные распределения непрерывных случайных величин	228
15.6.	Задачи математической статистики	234
15.7.	Статистические оценки статистических гипотез	245
15.8.	Закон больших чисел	249
15.9.	Цепи Маркова	251
	<i>Упражнения</i>	253

Раздел II ОСНОВЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Часть 4.	ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	261
Глава 16.	ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ В n-МЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ.	263
16.1.	Основные понятия и определения	263
16.2.	Решение систем m линейных неравенств с двумя переменными	265
	<i>Упражнения</i>	269
Глава 17.	ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД	269
17.1.	Постановка задачи	269
17.2.	Алгоритм решения задач	270
17.3.	Выбор оптимального варианта выпуска изделий	271

17.4.	Экономический анализ задач с использованием графического метода	272
	<i>Упражнения</i>	276
Глава 18.	СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД	278
18.1.	Общая постановка задачи	278
18.2.	Алгоритм симплексного метода	278
18.3.	Анализ эффективности использования производственного потенциала предприятия	280
18.4.	Альтернативный оптимум	282
	<i>Упражнения</i>	284
Глава 19.	ДВОЙСТВЕННОСТЬ В ЛИНЕЙНОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ	288
19.1.	Виды двойственных задач и составление их математических моделей	288
19.2.	Основные теоремы двойственности	290
19.3.	Решение двойственных задач	291
19.4.	Экономический анализ задач с использованием теории двойственности	296
19.5.	Стратегическое планирование выпуска изделий с учетом имеющихся ресурсов	298
	<i>Упражнения</i>	302
Глава 20.	ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА	304
20.1.	Общая постановка задачи	304
20.2.	Нахождение исходного опорного решения	306
20.3.	Определение эффективного варианта доставки изделий к потребителю	306
20.4.	Проверка найденного опорного решения на оптимальность	307
20.5.	Переход от одного опорного решения к другому	309
20.6.	Открытая транспортная задача	311
20.7.	Определение оптимального варианта перевозки грузов с учетом трансформации спроса и предложений	313
	<i>Упражнения</i>	315
Глава 21.	ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	316
21.1.	Общая формулировка задачи	316
21.2.	Графический метод решения задач	318
21.3.	Прогнозирование эффективного использования производственных площадей	318
21.4.	Метод Гомори	320
	<i>Упражнения</i>	321
Часть 5.	ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ	324
Глава 22.	НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	324
22.1.	Общая постановка задачи	324
22.2.	Графический метод	325
22.3.	Метод множителей Лагранжа	329
	<i>Упражнения</i>	332

Глава 23. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	334
23.1. Постановка задачи	334
23.2. Некоторые экономические задачи, решаемые методами динамического программирования	335
<i>Упражнения</i>	348
Часть 6. ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИКИ	351
Глава 24. НЕЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ И КОРРЕЛЯЦИЯ	351
24.1. Нелинейная регрессия	351
24.2. Нелинейная корреляция	356
<i>Упражнения</i>	359
Глава 25. МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ И КОРРЕЛЯЦИЯ	360
25.1. Нормальная линейная модель множественной регрессии	360
25.2. Некоторые особенности множественной регрессии и корреляции ...	365
25.3. Отбор факторов и методы построения множественной линейной корреляционной и регрессионной зависимости	366
25.4. Множественная линейная регрессионная зависимость	372
<i>Упражнения</i>	377
Глава 26. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ	379
26.1. Элементы временного ряда	379
26.2. Основные показатели динамики экономических процессов	385
26.3. Применение моделей кривых роста в экономическом прогнозировании	390
<i>Упражнения</i>	400
Часть 7. ПРАКТИКУМ	404
П1. Задания по теме «Математический анализ, функции одной переменной»	404
П2. Задания по теме «Математический анализ, функции нескольких переменных»	414
П3. Задания по теме «Элементы линейной алгебры»	415
П4. Задания по теме «Элементы теории вероятностей»	419
П5. Задания по теме «Линейное программирование»	423
П6. Задания по теме «Нелинейное программирование»	433
П7. Задания по теме «Динамическое программирование»	437
Ответы к упражнениям	441
Приложение	454
Литература	460
Предметный указатель	461